

土的基本特性、本构关系及数值模拟

姚仰平¹ 张丙印² 朱俊高³

(1. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191; 2. 清华大学 土木水利学院, 北京 100084;
3. 河海大学 土木与交通学院, 南京 210098)

摘要: 按照对土的力学行为影响的根本程度, 将土的基本特性分为三类: 基本特性、亚基本特性与关联基本特性。基本特性包括三种, 压硬性、剪胀性与摩擦性, 它们是土区别于其它材料的最根本特性。亚基本特性包括应力历史依存性、应力路径依存性、软化特性、各向异性、结构性、蠕变特性、颗粒破碎特性以及温度特性等等, 它们通过影响三种基本特性的发展演化规律而间接影响土的应力应变关系。关联基本特性包括屈服特性、正交流动性、相关性、共轴特性以及临界状态特性等等, 它们是考虑建立土的弹塑性本构模型过程中需要关注的基本概念或基本假定。在详细论述了土的基本特性及其相互关系后, 又通过对非线性弹性的 Duncan-Chang 模型、弹塑性的 Cam-clay 模型及其系列 UH 模型、Asaoka 模型、Li-Dafalias 模型、Yin-Graham EVP 模型以及大陆学者的诸多模型进行深入剖析, 具体阐述了怎样对土的基本特性进行抽象概括建立本构模型、各本构模型能分别反映哪些特性以及是通过怎样的途径实现对土的基本特性的反映。随后, 又探讨了将本构模型应用于数值模拟中的诸多思考以及土工计算方面的个人体会。分别讨论了土工数值模拟的精度以及影响因素, 数值模拟中本构模型的选取及所用参数的获得, 土体变形中数值模拟对实际模量变化分布的考虑, 土体破坏时数值模拟对应变局部化的处理, 以及在有关土与结构接触的数值模拟中解决二者位移不连续问题的建议。

关键词: 土; 基本特性; 本构关系; 数值模拟

中图分类号: U 231+3 **文献标识码:** A

文章编号:

Behaviors, Constitutive Models and Numerical Simulation of Soils

Yao Yangping¹ Zhang Bingyin² Zhu Jungao³

(1. Department of Civil Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing, 100084, China;

3. College of Civil and Transportation Engineering, Hehai University, Nanjing, 210098, China)

Abstract: According to the degree of influence on stress-strain relationship, the soil behaviors are divided into three categories: essential behaviors, expressional behaviors and relative behaviors. The essential behaviors, composed of compressive hardening, dilatancy and friction, are fundamental differences between soil materials and other continuous materials. The expressional behaviors, composed of stress history dependence, stress path dependence, softening, anisotropy, structure, creep, particle crushing, temperature effect, etc., influence the stress-strain relationship of soil through affecting the revolutions of essential behaviors. The relative behaviors, composed of yielding, normality flow, associated flow, coaxiality, critical state, etc., are basic concepts or assumptions needed to concern in establishing elasto-plastic constitutive models. After discussing the soil behaviors and their mutual relations in details, some representative constitutive model, which are nonlinear elastic model---Duncan-Chang model, elastio-plastic model including Cam-clay model and the series UH model, Asaoka model, Li-Dafalias model, Yin-Graham EVP model and constitutive models come from scholars of Chinese mainland, are deeply analyzed. The analyzing mainly concerns on how to abstract the intrinsic quality from a variety of soil behaviors in establishing constitutive models, which behaviors can be reflected by some constitutive model, and how does the constitutive model reflect the soil behaviors. Then, some considerations and realizations of applying constitutive models to numerical simulation are given, including the accuracy of numerical simulation and its influence factors, choosing proper constitutive model and accessing the parameters, modulus distribution of soil in deformation calculation, dealing with the strain localization and some advices for solving displacement discontinuity of structure plan in numerical simulation.

Key words: soil; behavior; constitutive model; numerical simulation

E-mail: ypiao@buaa.edu.cn

引 言

从宏观角度考虑土的力学特性和应力应变关系时,可以将土看成一种连续介质,从其独有的力学表现入手,研究其应力应变规律,建立本构方程。其优点为便于抓住宏观力学特性的主要方面;便于通过宏观简单试验确定土性参数;便于应用于数值计算中。对此龚晓南^[1]指出,采用连续介质力学模型求解岩土工程问题的关键问题是如何建立岩土材料的工程实用本构方程。

将路基土夯实以避免其将来出现较大的沉降,这说明土材料在密实度高的情况下,模量变大,强度提高。搅乱的儿童积木无法放入原来的玩具盒中,夸张地展现了散体材料因受剪切扰动而发生体积变化。中国石拱桥在没有任何粘接情况下千年不倒印证了摩擦的神奇效果。以上三种特殊表现展现出了土的最基本特性,依次被称作压硬性、剪胀性和摩擦性。

对于最简单的饱和正常固结粘土,这三个基本特性体现在图 1 中实线所示的等 p 排水剪切应力应变关系($C_3 < C_2 < C_1$)。压力 p 越大,其初始模量就越大,反映了土的压硬性;最终的抗剪强度随压力 p 的增大而增加体现了土的摩擦性;而从剪切开始到破坏所产生的体积应变(纯剪应力引起),反映了土的剪缩性(剪胀性的一种)。

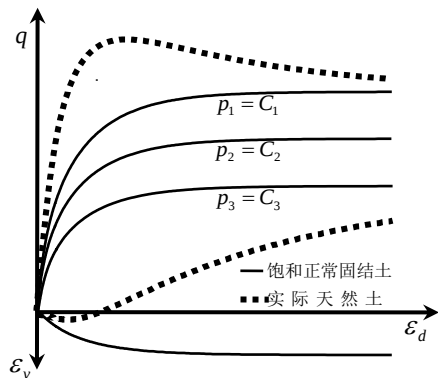


图 1 土的应力应变关系

Fig. 1 Relationship of stress-strain of soils

然而,这种最简单的饱和正常固结粘土是人为制备出来的。自然界中实际的土会因受到更复杂因素和更复杂加载方式而表现出更为复杂的应力应变特性,例如图 1 中的虚线所表示的就是受超固结应力历史影响为主的实际天然土的应力应变关系。

本文所述土的特性包括土材料本身所具有的物理性质也包括土材料在受力中所表现出来的力学特性。然而,从建立本构模型角度考虑,平行并

列而不分主次地看待每一特性,将会使建立本构模型变得异常困难,甚至不可能。因而,作者建议将土繁多的特性加以定级分类,抽出其中最根本的力学特性称为基本特性,余者称为亚基本特性。本构模型直接对基本特性考虑建立,而亚基本特性通过改变基本特性的发展规律,间接为本构模型反映。一方面,本构模型的建立源于对土的力学特性的高度抽象,为工程计算提供了计算公式;另一方面,一个简单合理、概念清晰的本构模型在恰当反映土材料的力学特性同时也为初学者提供了一个认识、理解土的力学特性的理论框架。作者根据自身的研究体会到:建立本构模型应力求物理概念正确、数学表达严密、模型参数易测、工程应用方便。

工程应用是建立岩土本构模型的直接目的。本构模型也是数值模拟的核心,但不能片面认为本构模型完全主导数值模拟的优劣。数值模拟是一个系统工程,包括由勘察取样到施工监测,甚至程序算法等一系列工作,这些工作的整体决定着数值模拟的成功与否。故而,本文还就数值模拟的精度、本构模型的选择及参数获取、变形分析、破坏分析、土体与结构接触的计算分析等浅谈了作者在土工计算方面的体会。

1 土的基本特性

作者将土的众多的力学特性按照对土应力应变关系的影响程度分为三类。将直接影响土应力应变关系的力学特性称之为基本特性;将通过改变基本特性发展规律而间接影响土应力应变关系的力学特性称为亚基本特性;而在弹塑性力学框架下建立本构模型,需要考虑与弹塑性理论概念挂钩的力学特性称之为关联基本特性。

1.1 基本特性

基本特性体现在最简单的饱和重塑正常固结粘土中。土的基本特性分别为压硬性、剪胀性及摩擦性。以上三种基本特性是土与其它材料的根本区别,直接控制土的应力应变关系。

1.1.1 压硬性

压硬性讲的是土在压缩过程中所表现出的模量随密度增加而增大的特性。以最简单的饱和正常固结重塑粘土在等向压缩过程中的孔隙比 e 变化规律为例进行说明。Roscoe 等^[2]1963 年对重塑饱和高岭土进行了等向压缩试验,试验结果表示在图 2 中。从图 2(a)中可以看出在 $e \sim p$ 坐标中,正常固结粘土经历等向压缩过程中,孔隙比 e 随等向压

力 p 的增大而减小。并且, 随 p 的增大, 相同的应力增量 Δp 所引起的孔隙比变化量 Δe 在变小。也就是说, 土的体积模量 K 随着等向压力 p 的增大而增大, 这就是土压硬性的物理表现。如果将图 2(a) 坐标的横轴取对数, 则试验数据点会近似成一线, 如图 2(b) 所示。

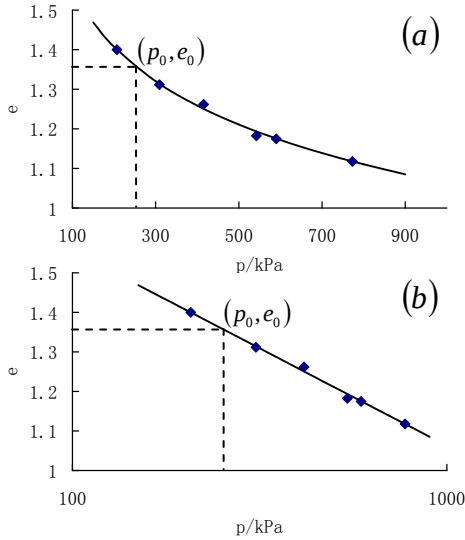


图 2 高岭土等向压缩试验结果 (Roscoe and Schofield, 1963)

Fig. 2 Isotropic compression tests for kaolin (Roscoe and Schofield, 1963)

根据这一现象, Roscoe^[3]等将正常固结粘土的压硬性规律抽象为式(1)所示的对数函数。

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{p}{p_0} \quad (1)$$

式中, e_0 为土材料的初始孔隙比; p_0 为对应初始孔隙比时的等向应力; λ 为 $e \sim \ln p$ 坐标中等向压缩线斜率的绝对值。式(1)所述曲线与试验点的关系如图 2 中实线所示。

针对最简单的正常固结粘土给出的数学表达不仅在一定程度上可以合理反映其等向压缩变形规律, 更重要的是, 正常固结粘土为其它具有更复杂因素的实际土提供了一个参考的标准。对现实中的实际土, 可以正常固结粘土为参照, 针对新的因素, 设置影响参数, 给出对各种实际土压硬性的描述。

1.1.1.2 剪胀性

剪胀性从物理意义上来说, 是描述剪切过程中剪应力 q 变化对体积应变 ε_v 产生的影响。然而, 剪胀性所揭示的更深层次道理是加载剪切过程中平均主应力 p 与广义剪应力 q 在产生应变上的相互

耦合。早在 1885 年, Reynolds^[4]就通过试验发现剪切作用会导致粒状材料发生宏观的体积改变。1962 年, Rowe^[5]提出的剪胀理论已经广泛应用于建立土的本构模型。作者^[6]曾对重塑粘土进行常规三轴压缩试验, 将试验过程中的应力与塑性应变增量描绘在 $q/p \sim d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_d^p$ 坐标中, 如图 3 所示, 其中 $d\varepsilon_v^p$ 、 $d\varepsilon_d^p$ 分别为对应每一小步加载所产生的塑性体积应变 ε_v^p 与塑性广义剪应变 ε_d^p 的增量。

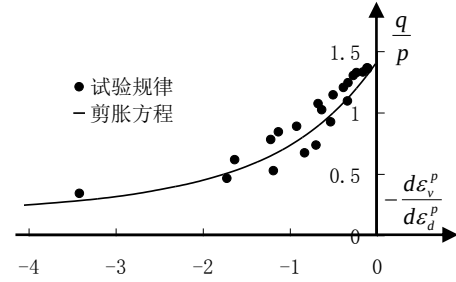


图 3 剪切过程中应力比与塑性应变增量比的关系 (姚仰平和祝恩阳, 2010)

Fig. 3 Relationship of stress ratio and plastic strain increment ratio in shearing (Yao and Zhu, 2010)

从图 3 可以看出, 塑性应变增量比值 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_d^p$ 与应力比值 q/p 有着较强的相关性, 在一定程度上可近似认为比值 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_d^p$ 由应力状态 (p, q) 唯一确定, 称其为应力剪胀关系。Roscoe^[7]等将正常固结粘土的应力剪胀规律表述为:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - (q/p)^2}{2(q/p)} \quad (2)$$

式中, M 为表达式(2)的曲线在图 3 纵轴上的截距。图 3 中的曲线即为式(2)对剪胀试验规律的表述。

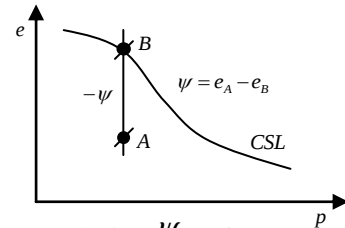


图 4 状态变量 ψ 的定义 (Been and Jefferies, 1985)

Fig. 4 Defination of state variable ψ (Been and Jefferies, 1985)

在某些更复杂的情况下, 例如超压密的砂土, 其剪胀特性会受密度因素的影响。在砂土的状态参量被提出后, 2000 年 Li 和 Dafalias^[8]根据状态变量 ψ 的定义提出了砂土状态相关剪胀方程:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = d_0 \left[e^{m\psi} - \frac{\eta}{M} \right] \quad (3)$$

式中, d_0 和 m 为材料参数。可以发现, 当 $m=0$, $d_0=M$ 时, 式(3)退化为原始 Cam-clay 模型的剪胀方程。状态变量 ψ 的物理意义可由图 4 说明^[9]。图 4 所示 $e \sim p$ 空间中以临界状态线为参考, 对状态处于点 A 的土, 其孔隙比 e_A 与相应 CSL 上点 B 的孔隙比 e_B 的差值即定义为状态变量 ψ , 以之来反映土密度对其剪胀规律的影响。

针对砂土的剪胀行为, 李广信^[10]等, 张建民^[11]发现, 砂土的可恢复的剪切体积膨胀现象。

1.1.3 摩擦性

土的摩擦性的突出表现是在剪切破坏时, 剪切强度 q_f 随约束压力 p 的增加而增大。对 Weald 粘土进行三轴试验, 剪切强度如图 5 所示。

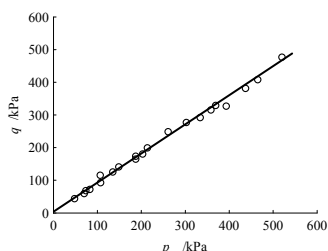


图 5 Weald 粘土的三轴剪切强度试验结果 (Roscoe et al., 1958)

Fig. 5 End points of conventional triaxial compression tests on Weald clay (Roscoe et al., 1958)

从图 5 可以看出, 尽管剪切强度 q_f 随约束压力 p 的增加而增加, 但是二者比值 q_f/p 对同一种土来说是常量。Roscoe^[3]等在 $p \sim q$ 平面上用线性函数来描述土的摩擦性:

$$q_f = Mp \quad (4)$$

式中, M 称之为强度应力比。对不同土, M 值不同, 其大小反应了土摩擦性的强弱。约束压力 p 较大时, q_f 与 p 的关系将成非线性。姚仰平^[12]等针对此提出了一个三维的广义非线性强度准则。

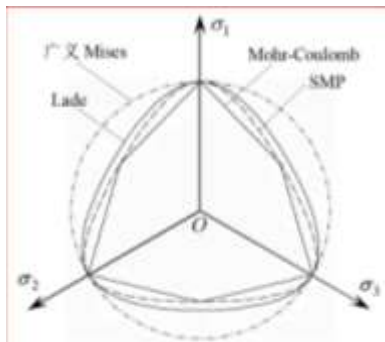


图 7 变换应力原理图

Fig. 7 Relationship of transformation stress

针对土的强度包线在应力 π 平面上是非圆的, Matsuoka 等^[15]采用变换应力的办法, 构造 SMP 曲线与广义 Mises 圆上应力的一一对应关系, 以此考

图 6 应力空间 π 平面上的强度包线

Fig. 6 Strength curves on π plan in stress space

式(4)所述的强度是由三轴压缩应力状态得到, 然而, 考虑三维加载时, 在应力空间 π 平面上, 随应力 Lode 角变化, 强度包线为凸三角类, 相应的准则有 Mohr-Coulomb 准则、双剪强度准则^[13]、SMP 准则、Lade 准则等等。其中最简单的当属 Mohr-Coulomb 准则:

$$\sin \phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \quad (5)$$

式中, ϕ 为土的内摩擦角。然而式(5)中缺乏对中间主应力 σ_2 的考虑。而 SMP 准则弥补了这一缺憾, 其表达式为:

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = \text{constant} \quad (6)$$

式中, $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$; $I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$; $I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3$ 。SMP 准则不仅考虑了中间主应力 σ_2 的影响, 而且其强度包线在应力 π 平面上光滑外凸, 更适用于数值计算。Lade 准则与 SMP 准则相似, 其表达式为:

$$\frac{I_1^3}{I_3} = \text{constant} \quad (7)$$

需要指出的是, 土材料在自然条件下, 其颗粒间具备内摩擦性质的同时还可能存在一定的粘结力。故土材料是一种双强度材料^[14]。然而, 当土体处在非极限状态时, 尚不清楚二者哪一种先发挥。

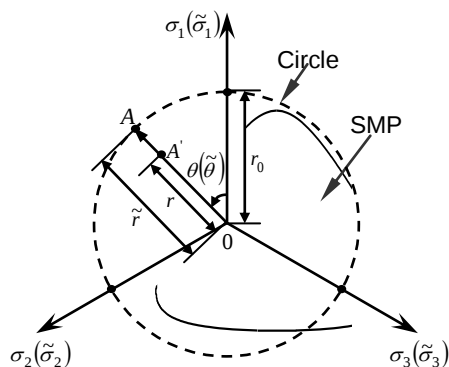


图 7 变换应力原理图

Fig. 7 Relationship of transformation stress

针对土的强度包线在应力 π 平面上是非圆的, Matsuoka 等^[15]采用变换应力的办法, 构造 SMP 曲线与广义 Mises 圆上应力的一一对应关系, 以此考

考虑应力 Lode 角对应力应变关系的影响:

$$\tilde{\sigma}_i = p + \frac{q^*}{q}(\sigma_i - p) \quad (8)$$

式中, $q^* = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1}$ 为过当前

应力状态点 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 的 SMP 曲线在三轴压缩状态处的 q 值。式(8)所述的对应关系如图 7 所示。

1.2 亚基本特性

自然界中的土会存在除基本特性外的许多复杂内外因素和加载经历: 例如应力历史依存性、应力路径依存性、软化特性、各向异性、结构性、蠕变特性、颗粒破碎特性和温度特性等, 将这些定义为亚基本特性。亚基本特性通过影响基本特性的发展演化规律, 作用于土的应力应变关系。

1.2.1 应力历史依存性

应力历史的依存性是指曾经经历的应力历史对当前加载状态下土应力应变关系的影响。本文对应力历史依存性的分析以超固结特性为例。

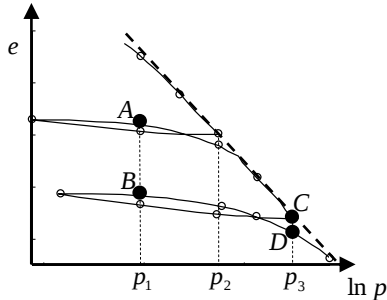


图 8 超固结土等向压缩试验结果 (Schofield and Wroth, 1968)

Fig. 8 Isotropic compression test on overconsolidated clay (Schofield and Wroth, 1968)

图 8 中, Schofield^[16]等展示了超固结土等向加载—卸载—再加载过程中孔隙比 e 的变化规律: (1) 以压力 p_1 作用为始点, 不同应力历史的超固结土等向压缩曲线不同, 即土压硬性规律因超固结特性而发生改变。(2) 以图 8 中压力经历到 p_3 的 C、D 两点为例, 第二次经历压力 p_3 的点 D 低于首次经历压力 p_3 的点 C。这意味着土即使在屈服面以内经历再加载也会发生塑性变形。

1.2.2 应力路径依存性

为研究应变发展受加载应力路径的影响。Nakai^[17]对 Toyoura 砂进行试验, 令其经历图 9(a) 所示的不同的加载应力路径 ADEF、AF、ABEF 及

ACF, 加载过程中塑性体积应变 ε_v^p 与塑性广义剪应变 ε_d^p 发展的试验结果如图 9(b)、(c) 所示。试验结果表明尽管加载过程中初、末应力状态相同, 但是 Toyoura 砂的塑性体积应变及塑性广义剪应变的发展规律均与加载应力路径有着密切的关系。

$p \sim q$ 坐标中, 加载应力路径相关性表现为应变受制于约束压力 p 与广义剪应力 q 的加载顺序。然而从深层次上, 应变的加载应力路径相关性是土三个基本特性, 即压硬性、剪胀性与摩擦性的相互影响与综合作用的结果。例如广义剪应变 ε_d 的发展, 土的摩擦性是极为敏感的影响因素。土单元内部的正应力 p 阻碍土颗粒间相互滑移错动, 抑制广义剪应变 ε_d 的发展; 而广义剪应力 q 的作用却促进土颗粒间错动, 刺激广义剪应变 ε_d 发展。二者交替作用, 影响广义剪应变 ε_d 的加载应力路径相关性。

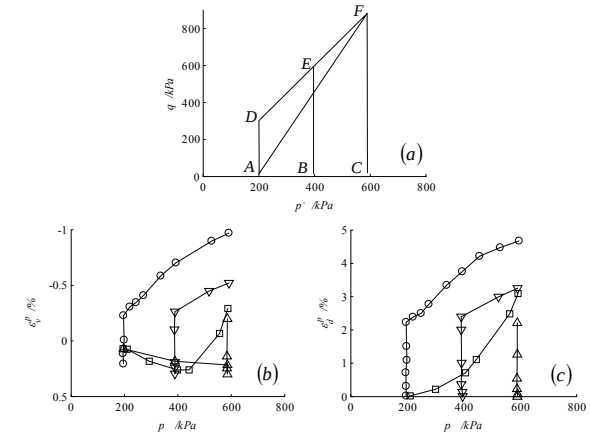


图 9 Toyoura 砂不同应力路径下塑性应变发展的试验结果 (Nakai, 1989)

Fig. 9 Plastic strains along different stress paths on Toyoura sand (Nakai, 1989)

许多学者研究了不同应力路径下土的应力应变特性^{[18]~[19]}, 并且也有不少学者致力于可反映应力路径相关性的本构模型的研究^{[20][21]}。罗汀等^{[20][22][23]}提出了可反映应力路径相关性的剪胀方程:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} + \frac{\mu\mu_p}{d\varepsilon_d^p} \frac{dp}{p} \quad (9)$$

剪胀方程(9)中, μ 为模型参数, 反映塑性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 与塑性广义剪应变增量 $d\varepsilon_d^p$ 在发展过程中的耦合程度。当 $\mu=0$ 时, 式(9)就退化为 Cam-clay 模型的剪胀方程。

1.2.3 软化特性

沈珠江^[24]把软化现象按产生的机理归结为三

类：围压降低造成的减压软化；恒定围压下由剪胀造成的剪胀软化；胶结丧失造成的损伤软化。其中减压软化与剪胀软化的应力路径如图 10 所示。

Naghdī 等指出^[25]，由于软化材料不满足 Drucker 公设，在对软化材料进行数值处理时可能会引起解的不稳定与不唯一。Prevost 等则认为^[26]，如果假设硬化区与软化区的交界处应变率与应力率的一阶导数连续，则可以证明解唯一且稳定。一些文献用分叉理论来研究这种不连续现象，并认为，应变率在变形局部带的边界不连续，但在分叉时，剪切带内外的本构响应是连续的^{[27][28]}。由于忽略软化作用偏危险，故而相关学者已经提出了若干能够反映软化特性的本构模型^{[29][30][31]}。

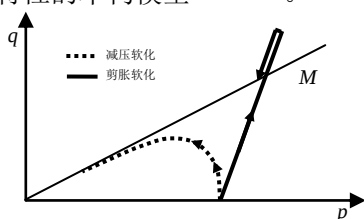


图 10 减压软化与剪胀软化

Fig. 10 Softening with increasing or decreasing p

1.2.4 各向异性

土的各向异性可直接反映在最简单的等向压缩试验与剪切试验中。Motohisa^[32]由撒砂法制得沉积方向为水平的试样。对其进行等向压缩，试验结果如图 11 所示（图中 z 轴方向为沉积方向）。试验结果表明，竖向应变小于水平应变。

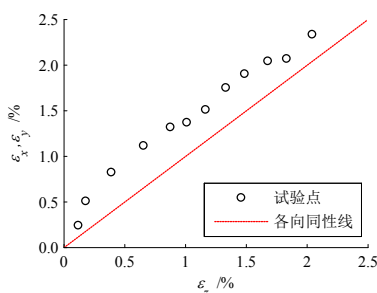


图 11 撒砂法制试样等向压缩试验结果 (Motohisa, 1985)

Fig. 11 Isotropic compression tests for pluviating sand (Motohisa, 1985)

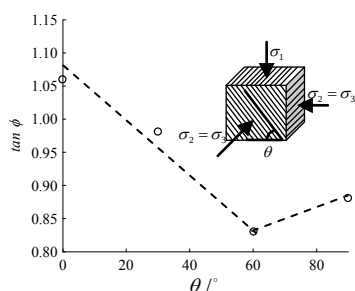


图 12 大主应力作用面与沉积面成不同角度的强度试验结果 (Matsuoka et al., 1984)

Fig. 12 Different $\tan \phi$ with different θ (Matsuoka et al., 1984)

Matsuoka 等^[33]对由撒砂法得到的试样取不同方向为大主应力方向进行常规三轴剪切试验。定义沉积面与剪切过程中大主应力作用面间的夹角为 θ 。 θ 与土材料所表现出的摩擦角 ϕ 的正切值关系如图 12 所示。试验结果表明，各向异性土的抗剪强度 $\tan \phi$ 随夹角 θ 的不同而不同。

由于各向异性土各方向压缩模量不同，故而等向压缩情况下，各方向的变形不同。土在各方向压缩模量的不同也可理解为各方向已压缩程度的不同，相应的剪胀规律也就不同了。剪胀效应是构成抗剪强度的一部分，故而剪胀效应的不同也是各方向剪切强度不同的原因之一。需要指出，如果按照图 12 所示，用土层沉积面与大主应力作用面的夹角 θ 去整理各向异性土的抗剪强度，发现抗剪强度随 θ 的变化规律并不单调。因此，夹角 θ 并不是反映各向异性抗剪强度的最佳参量。

1.2.5 结构性

在相同约束压力下，结构性土相对于重塑土能保持更大的孔隙比 e 。Yong 等^[34]对原状和重塑 Leda 粘进行一维侧限压缩试验，试样的垂直有效压应力 σ_v 与孔隙比 e 的变化规律绘制在 $e \sim \lg \sigma_v$ 坐标中，如图 13 所示。当垂直有效压应力大于屈服点 A 处应力 $(\sigma_v)_{yi}$ 时，相对于重塑土压缩线的附加孔隙比 Δe 会随垂直有效压应力 σ_v 的增大而逐渐衰减，Liu^[35]等将表述压硬性规律的式(1)进行了修正，使其能反映结构性土的压缩特征：

$$e = e_{IC} + \Delta e_i \left(\frac{(\sigma_v)_{yi}}{\sigma_v} \right)^b - \lambda \ln \sigma_v \quad (10)$$

式中， e_{IC} 为相应重塑土在 $\sigma_v = 1 \text{ kPa}$ 时的孔隙比； $(\sigma_v)_{yi}$ 为压缩情况下 $e \sim \ln p$ 坐标中压缩线转折点处所对应的平均主应力；而 Δe_i 为对应压力在 $(\sigma_v)_{yi}$ 下结构性土孔隙比大于重塑土的部分； λ 为对应重塑土的等向压缩系数，如图 13 所示。

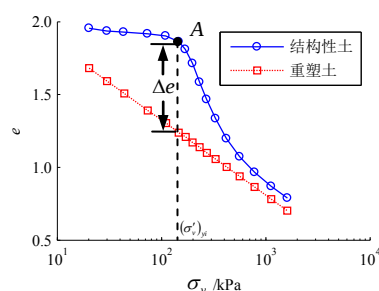


图 13 Leda 粘土的一维压缩试验结果(Yong and Nagaraj, 1977)

Fig. 13 One-dimentional compression test on Leda clay (Yong and Nagaraj, 1977)

1.2.6 蠕变特性

土的应力、变形、强度以及状态量等随时间而变化的性质称为土的流变性，主要通过蠕变、应力松弛、应变率效应、弹性后效以及长期强度随时间变化等现象表现出来^[36]。Ladd 等^[37]把这些理论概括为以下两种观点：一种观点将主固结与次固结分开考虑^[38]。另一种观点认为主固结阶段同时伴有流变。Bjurrum^[39]和 Crawford^[40]均主张后者。

Bjurrum 在 1972 年将时间作用于固结的影响进行如下考虑：在 $e \sim \lg p$ 坐标下，建立一族平行于正常固结线的直线，平行线之间的距离与时间的对数成线性关系，如图 14 所示。位于状态点 A 的土，其约束压力瞬间由 p_A 加载至 p_B ，则孔隙比 e 先瞬时沿 κ 斜率压缩线瞬时变化至点 B。而后，由于流变作用，孔隙比 e 随时间进行而缓慢减小。

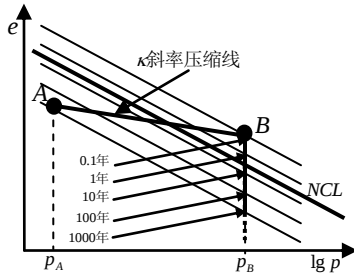


图 14 Bjurrum 对流变的考虑

Fig. 14 Effect of time on consolidation by Bjurrum

1.2.7 颗粒破碎特性

粒状材料在高压下出现的颗粒破碎现象将影响土的变形和强度性质。Marsal^[41]建议用破碎前后各粒组的含量差值 ΔW_k 的正值之和来描述颗粒破碎程度。Lee 等^[42]提出用破碎前后试样某粒径颗粒含量的差值表示破碎程度。Hardin^[43]用级配曲线图上某区域的面积定义颗粒破碎势，并用之来描述颗粒破碎。

首先，颗粒破碎将改变土材料的压硬性，有关 Toyoura 砂的试验数据表明^[44]：在较高应力作用下，砂的等向压缩线在 $e \sim \lg p$ 坐标中将不再成直线分布，而是向下弯曲，如图 15 所示，影响压硬性。其次，由于破碎，原本剪切强度 q_f 与约束压力 p 的线性关系变成了非线性^[45]，如图 16 所示，影响摩擦性。第三，在剪切过程中，特征状态应力比（塑

性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 由正变至负时所对应的 q/p 比值）也呈现出了与抗剪强度相反的非线性^[44]，如图 17 所示，影响剪胀性。图 16 与图 17 中虚线为试验点分布的初始切线。

由于土颗粒随破碎发展，其尺度变小，剪切中颗粒间的错动翻滚幅度减小，剪切体积膨胀减小。又由于剪切体积膨胀减小，则发生相同的剪应变所做的功变小，故而强度应力比 q_f/p 减小，使 $p \sim q$ 坐标平面上的强度包线呈现如图 16 所示的向下弯曲。同样是由于剪切体积膨胀的不易发生，导致了特征状态应力比 M 需要增大，呈现出图 17 所示的向上弯曲现象。另外刘汉龙^[46]、魏松与朱俊高^[47]等对堆石料的破碎进行了相关试验研究，姚仰平等建立了可考虑颗粒破碎特性的本构模型^{[48][49]}。

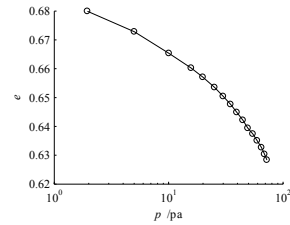


图 15 Toyoura 砂在高应力下的等向压缩试验结果 (Sun et al., 2007)

Fig.15 Isotropic compression test with high stress on Toyoura sand (Sun et al., 2007)

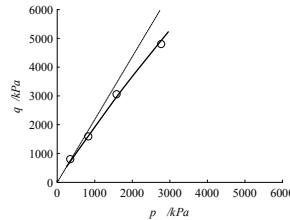


图 16 抗剪强度的非线性(刘萌成等, 2003)

Fig. 16 Non-linear shear strength (Liu et al., 2003)

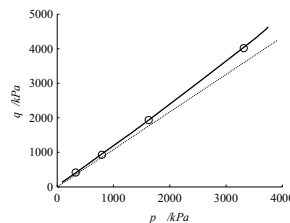


图 17 Toyoura 砂的特征状态应力比的非线性(Sun et al., 2007)

Fig. 17 Non-linear characteristic state stress radio of Toyoura sand (Sun et al., 2007)

1.2.8 温度特性

土在荷载保持不变的情况下，由于环境温度的

改变也会产生变形。因此，温度变化对土变形的影响需要纳入考虑。

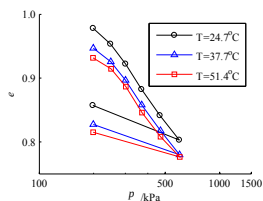


图 18 饱和伊利土不同温度下等向压缩的试验结果(Campanella and Mitchell, 1968)

Fig. 18 Isotropic compression tests at different temperatures on saturated clay (Campanella and Mitchell, 1968)

Campanella 等^[50]对不同温度下的饱和伊利土进行等向压缩回弹试验，其试验结果如图 18 所示。从图中可以清楚的看到，温度的变化对土等向压缩试验中的压缩系数 λ 、回弹系数 κ 几乎没有影响。但是，温度升高却会使等向压缩线在 $e \sim \ln p$ 坐标中向下平移。另外，Eriksson^[51]的试验结果表明，超固结土的前期固结压力会随温度的升高而降低。如图 19 所示。

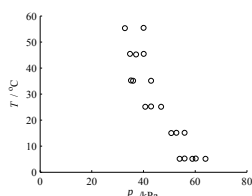


图 19 超固结土前期固结压力随温度的升高而降低(Eriksson, 1989)

Fig. 19 Effect of temperature on preconsolidated stress of overconsolidated clay (Eriksson, 1989)

1.3 关联基本特性

在弹塑性框架下描述土的特性及其发展规律中，与弹塑性理论相关的概念特性称为关联基本特性，本文分别讨论屈服特性、正交流动性、相关性、共轴特性以及临界状态特性。

1.3.1 屈服特性

屈服是指材料由只发生弹性应变到开始发生塑性应变的转折点。发生屈服时的应力状态称为屈服应力，是一种界限应力状态，超过了这种界限，新的塑性应变将发生。

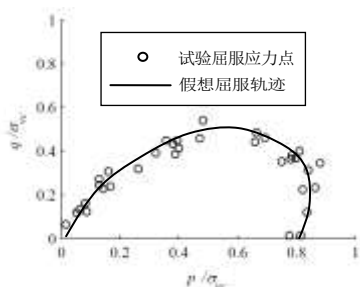


图 20 Winnipeg 粘土的加载屈服试验结果(Graham et al., 1983)

Fig. 20 Yielding of the Winnipeg clay (Graham et al., 1983)

为研究 $p \sim q$ 应力坐标平面上的屈服应力状态，Graham^[52]等对现场不同深度的 Winnipeg 粘土进行三轴加载试验，记录试样刚开始发生塑性应变时的应力状态 (p, q) 。而后将其用该试样的前期固结压力 σ_{vc} 进行归一化，得到对应的 $(p/\sigma_{vc}, q/\sigma_{vc})$ ，再将其描绘在 $p/\sigma_{vc} \sim q/\sigma_{vc}$ 坐标中如图 20 所示。从图 20 可以看出，归一化后的试验点大致处于某一曲线轨迹上。根据经典的屈服概念，当应力状态 $(p/\sigma_{vc}, q/\sigma_{vc})$ 位于该曲线轨迹以内时，认为只发生弹性应变；如果逾越了它，将产生不可恢复的塑性应变。

1.3.2 正交流动性

土力学中塑性流动方向常在 $p \sim q$ 坐标中研究，用于描述位于应力 (p, q) 下的土单元，由应力增量加载 (dp, dq) 引发的塑性应变增量 $(d\varepsilon_v^p, d\varepsilon_d^p)$ 两分量的比例。依然以 Graham 等^[52]的试验为例，对现场不同深度的 Winnipeg 粘土进行加载过程中，在确定屈服应力点后，还测定了塑性应变增量各分量的发展比例。图 21 中表示出了部分屈服应力点处塑性应变增量的方向，小箭头在横、纵轴方向投影就是塑性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 与塑性广义剪应变增量 $d\varepsilon_d^p$ 的比例。

在图 21 中，如果沿各应力点塑性流动方向的垂直方向勾画出一条曲线，那么各应力点的塑性流动方向就近似是该曲线的外法线方向。参照塑性力学中对塑性势面及塑性势函数的定义，可以确认该勾画曲线即塑性势面，其解析表达 $g(p, q) = 0$ 即为塑性势函数，如图 21 中曲线表示。所谓正交假定的概念是：以垂直（正交）于塑性应变增量方向的规定来勾画塑性势面。

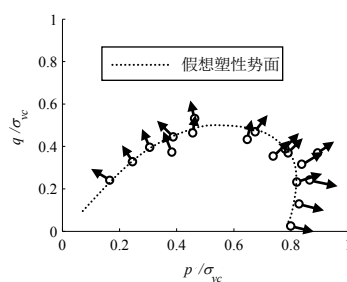


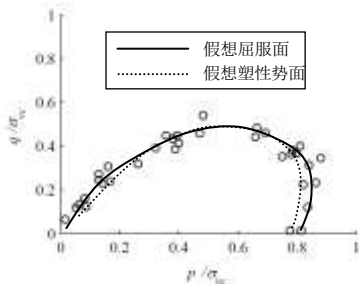
图 21 Winnipeg 粘土的塑性流动方向(Graham et

al., 1983)

Fig. 21 Plastic flow of the Winnipeg clay (Graham et al., 1983)

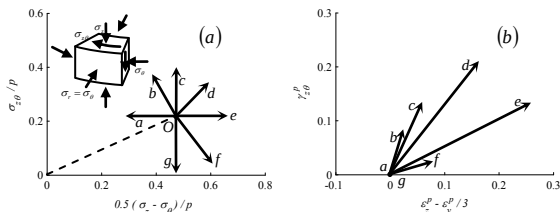
1.3.3 相关性

相关联或非关联都是对屈服面与塑性势面二者关系的描述。将 Graham^[52]等对 Winnipeg 粘土的试验数据再次进行分析。如果分别将由该数据确定的屈服面与塑性势面绘制在图 22 中。则屈服面与塑性势面形状凑巧近似相同, 并且这一表现在大多数情况下都成立。据此, 可近似将屈服函数与塑性势函数取为同一函数, 称其为屈服面与塑性势面相关联, 否则即为非关联。需要明确: 屈服面与塑性势面二者无论从物理意义还是获取方法来说都是截然不同的两个概念, 取二者相同仅仅是在岩土建模过程中一种简化近似假定。

**图 22 屈服面与塑性势面的关系****Fig. 22 Yielding surface and plastic potential surface**

1.3.4 共轴特性

共轴与否用于描述土在经历加载过程中, 应力全量主轴与塑性应变增量主轴的方向关系。一致即谓共轴, 否则即为非共轴。Pradel^[53]等用圆柱空心扭剪仪对 Toyoura 密砂进行加载试验。试验中令处于某应力状态 O 的试样经历如图 23(a) 所示不同方向应力增量的加载 a 、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 与 g 。相应的塑性应变增量方向表示在图 23(b) 中。试验结果表明, 在初始应力状态相同情况下, 不同方向的应力增量加载所导致的塑性应变增量方向不同。并且, 当应力增量各分量比例接近应力状态全量各分量比例时, 例如图 23(b) 中的 d , 塑性应变增量的方向与应力全量的方向差别最小, 可近似认为二者共轴。图 23(b) 中的其他增量加载情况, 均不同程度地表现出非共轴性。

**图 23 Toyoura 密砂在相同应力状态下由不同应力增量导致的塑性应变增量(Pradel et al., 1990)****Fig. 23 Different plastic strain increments corresponding different stress increments at the same stress state on dense Toyoura sand (Pradel et al., 1990)**

1.3.5 临界状态特性

临界状态概念是对土破坏时基本力学表征的抽象概括, 是临界状态土力学的基础。Roscoe^[54]等于 1958 年首次在 $e \sim p$ 坐标中提出临界状态孔隙比线的概念。此后, Roscoe 等又整理了有关 Weald 粘土的三轴排水剪切试验结果, 将试样剪切至破坏时所对应的有效应力状态 (p, q) 与孔隙比 e 描绘在图 24 中。试验结果表明, Weald 粘土剪切破坏时, 其有效应力状态 (p, q) 不再发生变化, 并且比值 q/p 趋于某一常量; 各粘土试样孔隙比 e 也不再发生变化, 在 $e \sim p$ 坐标中近似集中于一条线附近, 并且该线与正常固结线在 $e \sim \ln p$ 坐标中大致平行, 称其为临界状态线。

Roscoe 等根据以上试验结果, 抽象出粘土的临界状态概念: $\dot{p} = 0$ 、 $\dot{q} = 0$ 、 $\dot{\varepsilon}_v = 0$ 且 $\varepsilon_d \rightarrow \infty$ 。其中 $\dot{p} = 0$ 、 $\dot{q} = 0$ 所指即为破坏时有效应力状态不变, 并定义破坏时有效应力比值 q/p 为临界状态应力比, 由 M 表示。 $\dot{\varepsilon}_v = 0$ 体现在破坏时孔隙比 e 不变。试样破坏本身即表现为广义剪应变无限发展, 对应 $\varepsilon_d \rightarrow \infty$ 。Cam-clay 模型^{[3][7]}在 $p \sim q$ 坐标中定义应力临界状态线来反映临界状态。

$$q = Mp \quad (11)$$

与粘土在 $e \sim \ln p$ 坐标中的正常固结线类似, Cam-clay 模型^[7]还给出了该坐标下的临界状态线:

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{p}{p_0} - (\lambda - \kappa) \ln 2 \quad (12)$$

式中, p_0 为初始等向固结压力。另外蔡正银、李相松^[55]通过试验验证了砂土临界状态的存在。

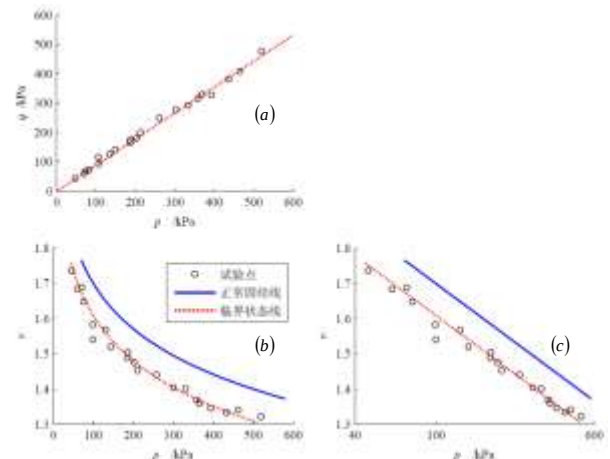


图 24 Weald 粘土的临界状态 (Roscoe et al., 1958)

Fig. 24 Critical state of Weald clay (Roscoe et al., 1958)

1.4 讨论

(1) 关于土的 $q \sim \varepsilon_d$ 应力应变关系曲线, 其初始端点斜率反映的初始模量, 体现了剪切之前固结的成效, 亦即压硬性; 其终点, 代表着土的抗剪强度, 亦即摩擦性; 土作为散体材料而独有的剪切体积变化规律则由描述剪胀性的剪胀方程体现。不仅如此, 剪胀规律连带塑性力学中正交、相关联概念的引入还从一个侧面间接控制了 $q \sim \varepsilon_d$ 应力应变关系曲线始点和终点之间的演化情况。由此看来, 三个基本特性压硬性、剪胀性、摩擦性在力学规律上控制了土加载变形全过程中的关键特征点, 建立土的本构模型时, 应涵盖之。

(2) 亚基本特性改变了三大基本特性, 即压硬性、剪胀性和摩擦性的发展规律。因而, 本构模型对亚基本特性的体现实际上可归结为亚基本特性对三大基本特性发展规律的修正。

(3) 关联基本特性是将弹塑性理论应用于建立土的本构模型过程中, 需要考虑的诸多要素, 需要针对具体问题灵活处理。以相关联性为例, 当所研究对象的屈服面形状与塑性势面形状比较接近时, 可取相关联。而对于某些特殊情况, 例如研究孔隙比 e 较大的结构性土, 由于其减压软化特性的存在, 造成其屈服面与塑性势面存在较大的差异, 这种情况下, 考虑非关联描述, 可能更为合理。再如考虑主应力轴旋转问题时, 应变增量主轴方向严重偏离应力全量主轴方向, 此时共轴的假定随即也要被摒弃。

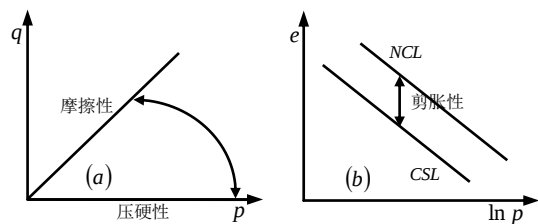


图 25 土基本特性在应力应变关系中的体现

Fig. 25 Show on soil behaviors in stress-strain relationship

(4) 临界状态是一个非常重要的概念, 尽管它是许

多凌乱试验规律的高度抽象概括, 但它的提出意义重大。临界状态给出了一个应力、应变的复合状态,

即 $\dot{p} = 0$ 、 $q = Mp$ 、 $\dot{\varepsilon}_v = 0$ 、 $\varepsilon_d \rightarrow \infty$ 。它使得

应力应变关系描述有一个明确的终点。这样一来, 不论在 $p \sim q$ 空间, 还是在 $e \sim \ln p$ 空间, 土的应力应变关系都被限制在一个剪切之初的等向受力状态与加载之末的临界状态二者之间的有限范围内, 如图 25 所示。基于这样的考虑所建立的本构模型, 其建模思想的本质为“内插”而不是“外推”, 从而使得本构模型的计算稳定性大大提高。

2 典型本构模型对土基本特性描述的剖析

土的本构理论以土应力应变关系为研究对象, 以大量试验研究为基础, 在简化假设前提下建立能够合理描述土的基本特性的数学表达形式。

本文将 Duncan-Chang 模型^[56]作为非线性弹性模型的代表进行介绍。在弹塑性本构模型中, 本文对剑桥系列模型进行归类分析。按所处理的土性的不同分别介绍: Cam-clay 模型^{[3][7]}、UH 模型^[31]、Asaoka 模型^[57]、Li-Dafalias 模型^[8]、Yin-Graham 模型^[58]。大陆学者的代表性成果: 清华模型^[59]、“南水”模型^[60]、“后工”模型^[61]和椭圆-抛物线模型^[62]等也将被一一介绍。

2.1 Duncan-Chang 模型

Duncan-Chang 的非线性弹性模型包括 $E-v$ 和 $E-B$ 两个模型, 均采用常规三轴的固结排水试验结果确定模型参数。其中, 弹性参数 E_t 根据偏差应力与轴向应变 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$ 关系曲线确定; 在 $E-v$ 模型中弹性参数 ν_t 根据侧向应变与轴向应变 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_3$ 关系曲线确定; 在 $E-B$ 模型中, 引入弹性参数 B 代替 ν_t 。弹性参数 E_t 为:

$$E_t = \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = Kp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[\left(1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right) \right]^2 \quad (13)$$

引入 Mohr-Coulomb 强度准则, 切线模量可写为:

$$E_t = \left[\left(1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right) \right]^2 Kp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (14)$$

式(13)、(14)中, R_f 为破坏比; c 和 φ 分别为土的粘聚力和摩擦角; K 和 n 为模型参数; p_a 为大气压力。切线泊松比 ν_t 或体积模量 B 也可类似表示。

根据式(13)可知,在相同应力水平 $(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 下,随着围压 σ_3 的增加,切线模量 E_t 逐渐增大,可描述土的压硬性。模型基于弹性增量虎克定律建立,广义剪应力 q 与平均主应力 p 在产生应变上并无交叉影响,故模型不能描述土的剪胀性。由于引入了 Mohr-Coulomb 准则为强度准则,故该模型能够反映随约束应力增加使强度提高的性质,即土的摩擦性。切线模量 E_t 仅为应力状态的函数,与应力历史无关,故模型不能模拟应力历史的影响。当沿着不同的路径加载时,对应的剪应力水平不同,切线模量将发生改变,因此模型在一定程度上能够反映应力路径的影响。模型特性汇总见表 1。

表 1 Duncan-Chang 模型特性汇总

Table 1 About the Duncan-Chang model

特性	基本特性							
分类	压硬性		剪缩性/剪胀性			摩擦性		
状态	能		否/否			能		
特性	亚基本特性							
分类	应力历史依	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	存性	存性	性	性	性	性	性	性
状态	否	能	否	否	否	否	否	否

2.2 Cam-clay 模型

英国剑桥大学的 Roscoe 等人提出了适用于正常固结土和弱超固结土的经典 Cam-clay 模型。因其建模思路简单,模型参数均有明确的物理意义并可通过室内常规试验获得,从而得到了广泛的应用。Cam-clay 模型的屈服函数为:

$$f = g = M^2 p + \frac{q^2}{p^2} - M^2 p_x = 0 \quad (15)$$

式中, p_x 为屈服面与 p 轴的交点的横坐标。

根据式(1)所述压硬性规律,并考虑式(2),得到 Cam-clay 模型的增量本构方程为:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_d^p \end{bmatrix} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \cdot \frac{2q}{M^2 p^2 + q^2} \begin{bmatrix} \frac{M^2 p^2 - q^2}{2pq} & 1 \\ 1 & \frac{2pq}{M^2 p^2 - q^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (16)$$

有关 Cam-clay 模型所反映的土的基本特性可做如下分析:

① 压硬性: 由于 Cam-clay 模型屈服函数式(15)等向时可退化为式(1)的压硬性规律。所以 Cam-clay

模型可以反映土的压硬性。

② 剪胀性: 根据式(16),剪应力 q 发生变化可计算出塑性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$,但是只能计算出体积剪切缩小,不能计算出剪切膨胀。

③ 摩擦性和临界状态特性: 当试样破坏时,塑性剪应变 ε_d^p 无限发展,其增量也就很大,则剪胀方程表达式(2)将趋于 0,达到抗剪强度为 $q_f = Mp$,随约束应力 p 的增大而增大,体现了摩擦性。另外达到抗剪强度后,应力 p 、 q 不再变化,其增量 dp 、 dq 为 0,使得塑性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 为 0,孔隙比不再变化,试样达到临界状态。

④ 应力路径依存性: 如图 26 所示,当以同一应力点 B 为始点,分别沿 BCA 和 BDA 经不同应力路径加载至相同应力点 A 时,由于屈服面是塑性体积应变 ε_v^p 的等值面,沿两种路径加载时产生的塑性体积应变 ε_v^p 的变化量是相同的。但是,由于沿两种路径加载过程中经历的应力状态不同,根据式(16),每一步应力增量加载产生的塑性剪应变增量 $d\varepsilon_d^p$ 不同,故整个累加的全量也就不同了。

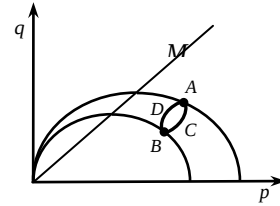


图 26 不同加载路径

Fig. 26 Different loading paths

有关模型的应力路径相关问题还可直接对其表达式进行分析。将 Cam-clay 模型对塑性应变增量的描述式(16)写为:

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^p = Adp + Bdq \\ d\varepsilon_d^p = Cdp + Ddq \end{cases} \quad (17)$$

由曲线积分路径无关的充分必要条件进行判断:

$$\frac{\partial B}{\partial p} = -c_p \frac{4M^2 pq}{(M^2 p^2 + q^2)^2} = \frac{\partial A}{\partial q};$$

$$\frac{\partial D}{\partial p} = -c_p \frac{12M^4 p^4 q^2 + 4q^6}{(M^4 p^4 - q^4)^2} \neq \frac{\partial C}{\partial q} = 2c_p \frac{M^2 p^2 - q^2}{(M^2 p^2 + q^2)^2};$$

此 Cam-clay 模型将塑性体积应变 ε_v^p 反映为加载应

力路径无关,而将塑性广义剪应变 ε_d^p 反映为加载应力路径相关。故, Cam-clay 模型能够描述应力路径对土材料加载变形的影响。

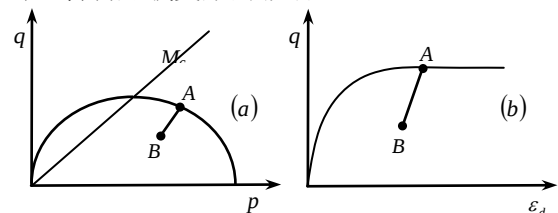


图 27 卸载再加载路径下的应力应变关系

Fig. 27 Stress-strain relationships under unloading-reloading process

⑤ 应力历史依存性: 当应力状态从图 27 (a) 中的点 A 卸荷至点 B 再加载回点 A 过程中, 变形如图 27 (b) 所示为线弹性地从点 A 到点 B 再回至点 A。在卸荷再加载过程中, 屈服面的大小形状始终不发生变化, 故模型不能够描述土的应力历史的影响。另外, 从模型表达式(16)上分析, 由于刚度矩阵中各元素均为应力状态的函数, 故此不能反映应力历史的影响。模型特性汇总表 2。

表 2 Cam-clay 模型特性汇总

Table 2 About the Cam-clay model

特性	基本特性							
分类	压硬性		剪缩性/剪胀性				摩擦性	
状态	能		能/否				能	
特性	亚基本特性							
分类	应力历史依	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	存性	存性	性	缩性	性	性	性	性
状态	否	能	否	否	否	否	否	否

2.3 UH 模型

姚仰平等基于 Cam-clay 模型和下加载面概念提出了适用于超固结土和正常固结土、且与 Cam-clay 模型参数一致的简单实用模型, 也称之为 UH 模型。当超固结比为 1 时, 模型可退化为经典 Cam-clay 模型。UH 模型采用两个屈服面, 并通过在当前屈服面中引用了统一硬化参数 H , 使模型能够描述土的剪缩、剪胀、硬化、软化和应力路径依存性等特性。模型的屈服面如图 28 所示。

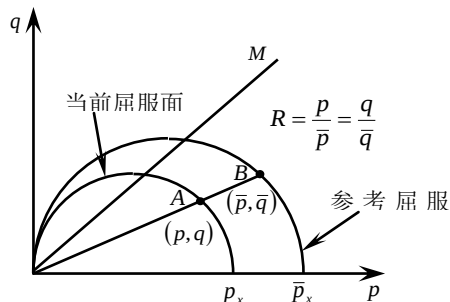


图 28 UH 模型的当前屈服面和参考屈服面

Fig. 28 Current yield surface and reference yield surface of the UH model

屈服面方程为:

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left[\ln \frac{p}{p_{x0}} + \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right) \right] - \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^p = 0 \quad (18)$$

式中, M_f 、 R 分别为:

$$\left. \begin{aligned} M_f &= 6 \left[\sqrt{\frac{k}{R} \left(1 + \frac{k}{R} \right)} - \frac{k}{R} \right], k = \frac{M^2}{12(3-M)} \\ R &= \frac{p}{\bar{p}_{x0}} \left[1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right] \exp \left[-\frac{\varepsilon_v^p}{c_p} \right] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

p_{x0} 为初始状况, 屈服面与 p 轴交点的横坐标。经推导, UH 模型的应力应变增量关系可表示为:

$$\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K \cdot A_1 & 3KG \cdot A_2 \\ 3KG \cdot A_2 & 3G \cdot A_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} \quad (20)$$

式中, $K = E/3(1-2\nu)$ 为弹性体积模量; $G = E/2(1+\nu)$ 为弹性剪切模量; A_1 , A_2 和 A_3 是三个不同的塑性影响因子 (当 $A_1 = A_3 = 1$ 和 $A_2 = 0$, 退化为弹性模型), 根据 UH 模型, 它们可表示为:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \\ A_2 &= \frac{-2c_p(M^2 - \eta^2)\eta}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \\ A_3 &= \frac{(M_f^4 - \eta^4)p + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

UH 模型的特性分析如下:

UH 模型较 Cam-clay 模型新增反映的特性为:

- ① 剪胀性: 观察式(18)所示的硬化参数 H , 应力比 η 处于不同大小时, 系数 $(M_f^4 - \eta^4)/(M^4 - \eta^4)$ 的正负可随调整, 所以可以计算出负的体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$, 即剪切体积膨胀。
- ② 应力历史依存性: 由式(19)、(20)知, 应力应变关系刚度矩阵中的系数受塑性体积应变 ε_v^p 累加的影响。故此 UH 模型可反映应力历史依存性。

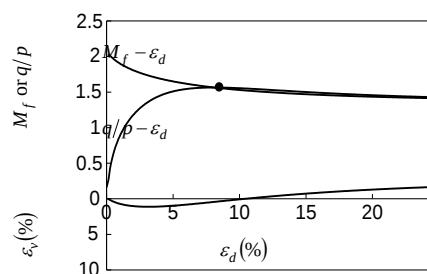


图 29 UH 模型对软化的反映

Fig. 29 Softening reflected by the UH model

③ 软化特性：UH 模型计算超固结土应力应变关系时，潜在强度 M_f 与当前应力比 η 随广义剪应变发展的变化规律如图 29 所示。计算结果清楚表明，随加载进行，潜在强度 M_f 单调递减，当其与当前应力比 η 相遇后，迫使 η 随之而减小，软化特性由此而体现。在此之后，姚仰平等又对 UH 模型进行推广，使之能考虑温度变化^[63]、非饱和土^[64]以及各向异性^[65]情况。

UH 模型的特性汇总见表 3。

表 3 UH 模型特性汇总

Table 3 About the UH model

特性	基本特性							
分类	压硬性		剪缩性/剪胀性			摩擦性		
状态	能		能/能			能		
特性	亚基本特性							
分类	应力历史依	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	存性	存性	性	性	性	性	性	性
状态	能	能	能	否	否	否	否	否

2.4 Asaoka 模型

Asaoka 等提出的本构模型的主要特点是能耦合考虑超固结和结构性的影响。它采用相关联流动法则，见图 30。Asaoka 模型的屈服函数表示为：

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{M(1 + e_0)} \frac{q}{p} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} (\ln R^* - \ln R) \quad (22)$$

式中， p_0 为剪切初始状态时 Cam-clay 屈服面与 p 轴交点所对应的横坐标； R^* 为结构性参数， R 为超固结参数，二者的物理意义见图 30。 R 和 R^* 的增量演化规律由式(23)所示的增量表达给出：

$$\left. \begin{aligned} dR &= -\frac{M(1 + e_0)}{\lambda - \kappa} m \ln R d\varepsilon_d^p \\ dR^* &= \frac{M(1 + e_0)}{\lambda - \kappa} a R^{*b} (1 - R^*)^c d\varepsilon_d^p \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中， a 、 b 、 c 、 m 均为材料参数。

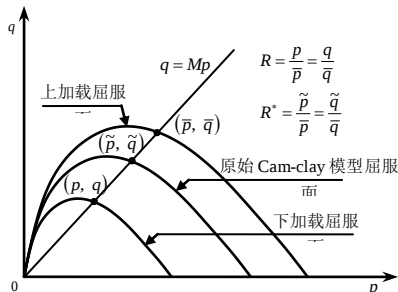


图 30 Asaoka 模型的上、下加载屈服面和原始 Cam-clay 模型屈服面

Fig. 30 Superloading surface, subloading surface and Cam-clay surface in Asaoka's model

Asaoka 模型比 Cam-clay 模型多反映的特性：

- ① 应力历史依存性：由式(23)知，内变量 R 与 R^* 均随 ε_d^p 而演化。故而该模型在一定程度上能反映应力历史的影响。
- ② 结构性：该模型引入参数 R^* 及其变化规律的引入，通过描述结构性土屈服面与正常固结土屈服面的相对关系，给出了结构性在加载过程中的演化规律。可反映了结构性影响下的应力应变关系。

有关 Asaoka 模型的特性汇总见表 4。

表 4 Asaoka 模型特性汇总

Table 4 About the Asaoka model

特性	基本特性							
分类	压硬性		剪缩性/剪胀性			摩擦性		
状态	能		能/能			能		
特性	亚基本特性							
分类	应力历史	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	依存性	存性	性	性	性	性	性	性
状态	能	能	能	否	能	否	否	否

2.5 Li-Dafalias 模型

基于状态相关剪胀理论，Li 和 Dafalias 建立了一种描述砂土剪胀性的本构模型：

$$\left\{ \begin{aligned} dq \\ dp \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} - \frac{h(L)}{K_p + 3G - K\eta d} \begin{pmatrix} 9G^2 & -3KG\eta \\ 3KGd & -K^2\eta d \end{pmatrix} \right\} \left\{ \begin{aligned} d\varepsilon_d \\ d\varepsilon_v \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中，描述剪胀性的变量 d 和塑性模量 K_p 分别为：

$$\left\{ \begin{aligned} d &= \frac{d_0}{M} (Me^{m\psi} - \eta) \\ K_p &= \frac{hGe^{n\psi}}{\eta} (Me^{-n\psi} - \eta) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中， d_0 和 h 为模型参数； ψ 为状态参量，与式(3)中的 ψ 一致； M 为临界状态应力比； $M^d (= Me^{m\psi})$ 为变相应力比； $M^b (= Me^{-n\psi})$ 为峰值应力比；

m 和 n 为模型参量。

对 Li-Dafalias 模型的特性分析如下:

- ① 剪胀性: 由于模型引入了与特征状态应力比和峰值应力比有关的参量 (见式(25)), 故模型能够描述土的剪缩和剪胀的密度依存性。
- ② 摩擦性: 模型最后达到临界状态, 临界状态应力比 M 表明模型的强度与约束压力相关, 可反映土的摩擦性特点。
- ③ 应力历史相关性: 模型刚度矩阵中含有状态量 ψ , 反映当前的应变累积情况, 故而模型可以反映应力历史对砂土应力应变关系的影响。

有关 Li-Dafalias 模型特性汇总见表 5 所示。

表 5 Li-Dafalias 模型特性汇总

Table 5 About the Li-Dafalias model

特性	基本特性							
分类	压硬性	剪缩性/剪胀性	摩擦性					
状态	能	能/能	能					
特性	亚基本特性							
分类	应力历史依	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	存性	存性	性	性	性	性	性	性
状态	能	能	能	否	否	否	否	否

2.6 Yin-Graham 模型

Yin 和 Graham^[66]基于等效时间的概念, 建立了一个一维弹粘塑性本构模型, 后来又将其发展成为三维弹粘塑性模型(Yin-Graham EVP)^[67]。

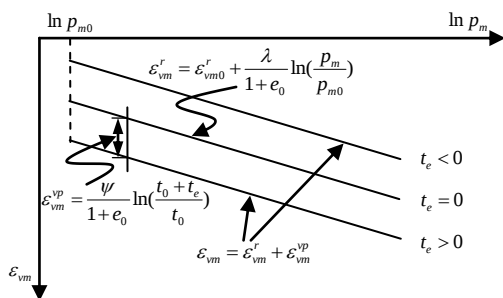


图 31 参考等效时间线与其它等效时间线的关系

Fig. 31 Relationship between reference time line and other time line

Yin-Graham EVP 模型对时间效应的考虑如图 31 所示。在 $\epsilon_{vm} \sim \ln p_m$ 坐标下等效时间 $t_e = 0$ 及 $t_e \neq 0$ 的等向压缩线的方程已在图 31 中注明, 从而可计算出由加载之初到蠕变发生之末总共发生的体积应变 ϵ_{vm} 。从中解出等效时间 t_e 的表达式, 再将 t_e 代入 ϵ_{vm}^{vp} 表达式, 得:

$$\dot{\epsilon}_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{(1+e_0)t_0} \exp \left[\left(\epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{(1+e_0)} \ln \frac{p_m}{p_{m0}} - \epsilon_{vm} \right) \frac{(1+e_0)}{\psi} \right] \quad (26)$$

Yin-Graham 模型能够反映土的压硬性、剪胀性、摩擦性、应力路径依存性、临界状态和蠕变特性。模型特性见表 6 所示。

表 6 Yin-Graham 模型特性汇总

Table 6 About the Yin-Graham model

特性	基本特性							
分类	压硬性	剪缩性/剪胀性	摩擦性					
状态	能	能/否	能					
特性	亚基本特性							
分类	应力历史	应力路径依	软化特	各向异	结构	蠕变特	颗粒破碎特	温度特
	依存性	存性	性	性	性	性	性	性
状态	能	能	否	否	否	能	否	否

2.7 大陆学者弹塑性本构模型举例

2.7.1 清华模型(黄文熙等)

黄文熙^[59]等建立的清华模型根据试验确定各应力状态下的塑性应变增量的方向, 然后按照相关流法则确定其屈服面, 再由试验结果确定硬化参数。模型能够反映土的压硬性、剪胀性和摩擦性。李广信^[68]还进一步对清华模型进行了三维化。

2.7.2 “南水”模型(沈珠江)

沈珠江^[60]的“南水”模型采用体积屈服面和剪切屈服面来分别描述土的屈服特性。模型共有 9 个参数, 均可由一组常规三轴压缩试验确定, 其中 6 个参数与 Duncan-Chang 模型共用。模型能够反映压硬性、剪胀性、摩擦性、应力历史依存性等特性。

2.7.3 “后工”模型(郑颖人等)

郑颖人^[61]等提出的“后工”弹塑性模型基于广义塑性理论, 按照相关流法则, 采用三个屈服面或两个屈服面建立。模型能够描述土的压硬性、剪缩和剪胀性以及摩擦性。

2.7.4 双屈服面模型(殷宗泽等)

殷宗泽^[62]等在研究了大量三轴应力应变试验资料的基础上建议了分别与压缩和剪切相关的屈服面, 提出了双屈服面模型。该模型采用相关流法则, 能够模拟土的压硬性、剪胀性和摩擦性, 也能描述复杂应力路径下的土体变形特性。

此外, 国内诸多学者在本构理论研究中作出了积极贡献。谢定义^[69]等将瞬态极限理论推广到复杂应力条件, 揭示了往返荷载下饱和砂土的强度与

变形机制。黄茂松^[70]等基于临界状态土力学理论,研究了饱和软粘土的不排水循环累积变形特性。刘汉龙等^[71]建立了一个砂土多机构界面塑性模型,可模拟复杂荷载作用下主应力轴偏转的影响。张嘎和张建民^[72]讨论了循环荷载作用下接触面受力变形的规律和机理。张丙印^[73]等针对堆石料建立了修正的 Rowe 剪胀方程,并将其应用于“南水”模型的修正。廖红建和俞茂宏等^[74]在 Cam-clay 模型基础上提出了考虑时间效应、剪胀性的弹粘塑性模型。王立忠等^[75]通过考虑土的结构性损伤影响对 Duncan-Chang 模型进行了修正。高智伟等^[76]提出了广义的各向异性强度准则。孙德安等^[77]提出了能够描述非饱和土应力应变和强度特性的耦合弹塑性本构模型。陈正汉等^[78]提出了与 Duncan-Chang 模型类似的非饱和土非线性弹性模型。赵成刚等^[79]基于多相孔隙介质理论,给出了与土骨架位移在功上对偶的有效应力表达式。徐永福等^[80]根据土孔隙分布的分形模型,提出了水土特征曲线的通用表达式。邢义川等^[81]通过研究基质吸力对土体三个主应力的不同影响,推导出了非饱和土的有效应力公式。王建华、要明伦^[82]基于硬化模量场概念建立了土的动力弹塑性模型。周健^[83]等针对往复荷载下孔压发展的特点建立了低应力水平下塑性变形的界面模型。章根德、韦昌富^[84]提出了描述砂土循环荷载下主要特性的本构模型。孔亮^[85]等采用统一硬化参数建立了一个新的基于旋转硬化与统一硬化参量的改进 Cam-clay 模型。栾茂田^[86]等通过对不排水试验结果的分析,发现应变软化和硬化特性与流滑变形及循环流动特性密切相关的结论。李涛等^[87]基于一种混合塑性硬化准则和临界状态土力学理论,建立了一个三维形式表述的适用于饱和粘性土的弹塑性双面模型。黄文雄^[88]在亚塑性框架下提出了粗粒土的本构模型。张齐兴、朱俊高等^[89]提出了一个软土的弹粘塑性模型,并将其应用于有限元中。陈晓平和白世伟^[90]探讨了岩土材料的应力应变模型、流变模型和固结模型的耦合机制,并建立了实用的非线性弹粘性固结模型。李建中和彭芳乐^[91]提出了描述土的蠕变特性和加载速率效应的新参数,这些参数在一定程度上能够有效地描述粘土的粘塑性特性。王翠和闫澍旺等^[92]提出了一种利用试验数据估算软粘土蠕变模型有限元参数的方法。谢定义和齐吉琳^[93]在分析研究了土的结构性对土变形特性影响的基础上,提出了结构性的量化参数综合结构势。洪振舜、刘松玉等^[94]基于结构性土的

强度特性,探讨了结构性土的强度性状与变形特性的本质联系与其耦合问题。邵生俊等^[95]依据原状黄土的抗剪强度随结构性参数的变化规律,揭示了黄土结构性与强度之间的内在联系。刘元雪等^[96]基于土体中结构性、超固结对土体固结特性的影响,提出了粘土结构性与超固结的定量描述方法。蒋明镜等^[97]认为反映土体微观结构变化的定量指标有待建立,宏观本构模型需进一步与微观力学模型相结合。尹振宇^[98]等对荷载的速率效应进行了分析研究,并建立了本构模型。施建勇、赵维炳^[99]以能量方程为基础,推导出各向异性和小变形条件下的弹塑性本构方程。程展林等^[100]论证了一般粗粒土的变形机制,指出土颗粒间的位置排列和粒间作用对粗粒土力学性质有较大影响,而刘萌成、高玉峰和刘汉龙等^{[45][46]}在堆石材料的强度变形方面也进行了试验研究。陈仁鹏、李君、陈云敏等^[101]人对干砂在盾构开挖时的稳定性做了模型试验研究。杨光华等^[102]提出从广义塑性势的角度出发建立岩土本构模型的思路。孔令伟等^[103]通过室内试验分析研究了膨胀土的变形、强度特性。史宏彦等^[104]对空间滑动面上应力比与剪应变之间的关系进行了修正,并应用于建立本构模型。赵吉东等^[105]还提出了损伤局部化分叉模型。

2.8 讨论

(1)面对目前数十,乃至上百种的本构模型,在实际应用时,应针对具体工况选择。如果关心其强度稳定性,则本构模型对最终强度的体现是最重要的,可选取例如强调最终破坏剪应力的理想塑性模型;如果工况的实际荷载远小于土的抗剪强度,变形可近似视为处于弹性范围,这种情况选用弹性本构模型是恰当的;如果工程师们关心土体从加荷之初直至破坏失稳的整个过程,那么初始模量、最终抗剪强度以及加载过程中的应力应变及体变规律三个要点都是需要考虑分析的,此时弹塑性模型将作为首要选择。

(2)对土这样一种多相离散、影响因素复杂的材料,建立一种精确并且可面面俱到地反映每一因素的本构模型几乎是不可能实现的。在这种情况下,抓住主要矛盾,考虑建立物理概念正确、数学表达严密、模型参数易测、工程应用方便的本构模型或许更为可行实际。

(3)建立一个经典的本构模型需要对土的基本特性透彻把握并进行全局统筹;同时,一个经典本构模型还可以作为一个捷径让初学者认识到土加

载变形过程的关键所在。

3 土体的数值模拟

自上世纪 60 年代末引入有限单元法以来, 计算土力学一直是吸引大量学者辛勤耕耘的热点研究领域。1987 年沈珠江^[106]曾预言说: “可以认为, 计算土力学正在逐步走向成熟的阶段。也许再过 20 年, 目前土工设计中常用的一些半经验的设计方法会被计算土力学所提供的现代计算方法所取代”。时至今日, 尽管计算土力学取得了巨大的进展, 但土工计算的精度常常令人失望。在这种情况下, 计算分析者所具有的“艺术”水平是非常重要的。

毫无疑问, 土本构模型的研究是重要的, 然而影响数值计算效果的除了本构模型方面的原因外, 计算方法及很多其他因素都会不同程度地介入。

3.1 工程问题的模拟计算精度

沈珠江认为, 目前土工计算可达到的计算精度大体在 50% 左右, 表 7 给出了近些年我国新建成的一些高面板堆石坝的三维有限元计算与实际观测对比结果。尽管参加计算的单位代表着当时我国土工计算的最高水平, 但计算误差仍较大。令人诧异的是, 在当时所采用的不同本构模型中, Duncan-Chang 模型的预测结果通常是相对最好的。

表 7 国内高面板坝最大沉降量有限元预测与实测结果对比^[107]

Table 7 Comparison of measurements and FEM simulations of settlements of some high concrete face rock-fill dams^[107]

坝名	竣工期(cm)	蓄水期 (cm)	监测值(cm)	日期	月沉降速率
天生桥一级	235.6	242	349.5	2004.12	趋于平缓
洪家渡	初步设计	80.7	83.9	2006.8	趋于收敛
	招标设计	78.2	81.4		
	施工期	61.3	64.1		
三板溪	101.7	104.5	148.0	2006.4	趋于平缓
水布垭	184	192	200.6	2006.8	尚在发展

实际上, 一个工程问题的计算分析包括诸多环节, 例如土层勘探、试验取样、土工试验、本构模型、参数确定、计算方法和程序、施工条件、施工质量、监测数据等都可带来误差。因此一个工程问题的计算模拟精度可认为满足“木桶原理”, 精度水平由上述环节中最短的那块“木板”决定。目前常常有这样误解, 认为土工计算的核心问题是本构

模型。然而在前面所举出的环节中, 本构模型和计算方法是相对得到最仔细研究的环节, 而其它的一些由于被认为没有技术含量而遭到轻视的环节, 反而成为了那块“短板”。所以, 土工计算是一项系统工程, 期望高精度的计算结果或者要求对一个实际土工问题达到定量分析的标准通常是不现实的。合理地理解和解读不太精确的计算结果通常反映着研究者的技术水准。

3.2 本构模型的选择和计算参数的获取

土体本构模型的研究最初是应土工计算的需求而兴起的, 在上个世纪 70-90 年代, 我国曾涌现出一批学者, 提出了许多各具特色的本构模型, 这些模型的共有特点是理论基础和数学表示均相对简单、模型参数容易取得且可以反映土体最基本的工程特性。沈珠江^[106]曾指出: “很多因素对计算结果的影响可能并不重要, 不一定都要考虑。如果新的算法比老的复杂, 而变形的计算精度提高不到 20%, 这种研究的必要性就不太大”。

很多时候模型选择的第一问题是选用非线性弹性模型还是弹塑性模型。对于以变形控制为核心的许多土工问题, 土体内大部分区域应力水平较低, 此时土体基本处于弹性状态, 选择非线性弹性模型通常是比较合理的。图 32 展示了一个处于极限状态的三轴试样, 此时在轴向增加一个小应力增量或在侧向减小一个小应力增量都可使土样进入相同的破坏状态。这个简单例子说明的是塑性滑移变形取决于总应力状态, 和应力增量无关。因此, 凡是分析和土体极限状态及破坏等问题有关的土工计算应选择弹塑性模型或者其它高级的模型。

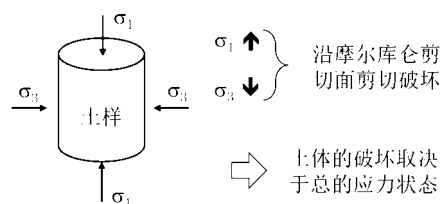


图 32 三轴状态下土样的破坏

Fig. 32 Sample in triaxial stress state

模型选择经常要考虑的另一个问题是本构模型对特定应力路径的适应性问题。开挖、填筑、浸水等工程过程在土体中会形成一些特定的应力路径。本构模型对该种特定应力路径的适用性也是在进行模型选择时需要重点考查的问题之一。

模型参数的确定是数值模拟计算中的另一个复杂的问题。从实用和经济的角度, 模型参数一般

采用重塑试样的简单室内试验确定。这时需要特别注意试验中所使用的土样和现场土体的差异以及试验应力路径的影响。对于前者有条件时可采用现场原状试样；而对于后者可进行接近实际问题应力路径的试验，利用试验结果对所得到的模型参数进行校核修正。对于一些非常重要的工程，如果可取得现场变形的监测数据，则可通过变形反演分析取得更加可靠的模型参数，对后续工程模拟计算的预测精度将大大提高。对于常用的模型，经验的积累可对模型参数的确定提供巨大的帮助。

需要注意的另一个问题是，许多模型的各个参数之间并不是完全独立的，有些它们之间还存在一定的理论限制。如果求取的参数不能满足上述的理论要求，则在随后的数值计算中可能出现问题。

3.3 土体的变形分析

虽然现代土工数值分析是将土体的变形和破坏过程相结合进行的综合性分析，但在许多工程问题中，大部分土体相对远离破坏状态，此时土体变形的获取是数值计算分析的主要目的。在该种情况下，采用相对简单的非线性弹性模型通常能够得到不错的结果。

在目前的土工计算模拟方法中，对原有土层应力历史的处理相对简单粗糙，仅是把它归结到试验和计算参数中。根据我们的分析成果，这种简单处理方法会带来很大的变形计算误差。假设原（或填筑）土层是超固结土，具有前期固结应力 σ_p ，则土体应力在小于 σ_p 时应采用卸载模量进行计算，而在大于 σ_p 时应采用加载模量计算。但是目前的简化方法实际上没有区分上述两阶段，相当于采用一个平均的模量计算，会使得土体在加载初期预测的变形偏大，而在加载后期预测的变形偏小。为了解决这个问题，可分别对 Duncan-Chang 模型和弹塑性模型设定初始加载函数和初始屈服面法，这样可使变形计算结果更为合理。图 33 以沈珠江双屈服面模型为例，说明了三轴制样过程所产生的初始屈服面。当然如果使用超固结本构模型进行计算可能会取得较合理的结果。

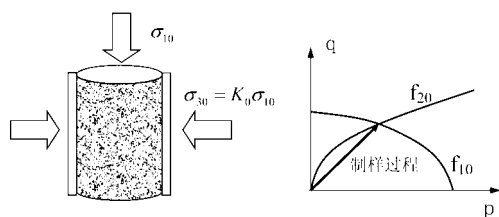


图 33 三轴制样过程产生的初始屈服

Fig. 33 Initial yielding of triaxial sample

3.4 土体的破坏分析

对于土体剪切带、裂缝和极限荷载等有关破坏分析的模拟计算，通常需要采用弹塑性模型或者其它高级本构模型。

当土体发生破坏时，通常会伴随发生应变局部化现象。采用有限元等连续性方法进行该类问题的模拟会遇到种种的困难：1）接近破坏时，塑性变形越来越大，矩阵的性质会逐步变坏，甚至会造成无法求解^[108]；2）剪切带和裂缝等通常厚度较小，模拟计算时需要进行局部的网格加密；3）常出现位移不连续现象，有限元法模拟困难。

图 34 是一个采用强度折减有限元法进行坝坡稳定分析的三维计算实例。计算中，通过提高折减系数逐步降低土体的强度指标，当土体单元达到破坏状态后，通过产生塑性剪切变形，将增加的荷载转移到周围其它尚未屈服的单元上。当折减系数增加到某一数值时，塑性区形成连通的区域，屈服单元的残差应力无法通过迭代的方法进行平衡，弹塑性有限元的迭代计算不再收敛，在塑性剪切变形上表现为土坡内产生了一贯通的剪切面，土体沿该剪切面发生不收敛的塑性剪切变形。此时认为土体边坡发生破坏，破坏时的滑动面可以用最大剪应变增量的等值线来表示。在该种方法中，稳定的迭代算法是关键问题，图 34 中的计算实例采用了整体荷载变形非线性迭代法求解，迭代法中联合使用了基于 BFGS 的割线法和线性搜索技术加快迭代速度，材料非线性和弹塑性修正采用返回映射法和高阶龙格库塔法^{[109]~[112]}。计算经验表明，上述方法计算稳定性好、精度高、速度快。

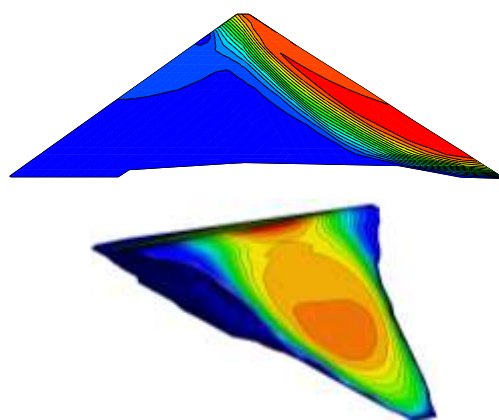


图 34 坝坡有限元稳定分析计算结果

Fig. 34 Stability analysis of dam by FEM

图 35 是一个采用扩展有限元法进行滑坡计算分析的计算实例^[113]。扩展有限元法是一种基于单位

分解法和结点富集技术的有限元法。利用有限元形函数的单位分解特性,通过在常规有限元的插值函数中引入可描述非连续位移的富集函数项,实现常规有限元单元对位移不连续现象的描述。应用扩展有限元法时,不连续变形可发生在一个有限元单元内部,避免复杂的网格重构工作。



图 35 Carsington 坝失稳的扩展有限元分析
Fig. 35 Stability analysis of Carsington dam by E-FEM

用于进行土工应力变形计算分析的有限元计算程序,一般仅考虑土体处于受压状态而发展的,对于出现受拉的情况一般未作专门的处理。因而严格讲,这些计算程序并不适用于土体张拉裂缝的模拟计算。对于有限元方法来讲,土体张拉裂缝的跟踪模拟一般需要复杂计算网格的重建过程。

近年来,无单元法作为一种新兴的数值计算方法已经成功地应用于很多领域。无单元法只需要结点信息,无需单元信息,克服了有限元计算中网格畸变和重新生成带来的困难,可以方便地在土体开裂或剪切带区域增加结点以提高计算精度,故其在分析裂缝扩展和局部大变形等问题方面具有优势。清华大学岩土所近年来发展了基于无单元法的土体弥散裂缝模型,建立了基于径向基点插值无单元法与有限元直接耦合的土体张拉裂缝三维模拟计算方法,可用于土体张拉裂缝开展过程的计算分析。在计算开始时,计算首先整体采用有限元计算网格,计算中当发现即将发生张拉裂缝时,在相应部位自动采用加密的无单元节点替换相应的有限单元,从而实现张拉裂缝方便的跟踪模拟计算。图 36 表现了一个土梁弯曲试验的模拟计算结果。

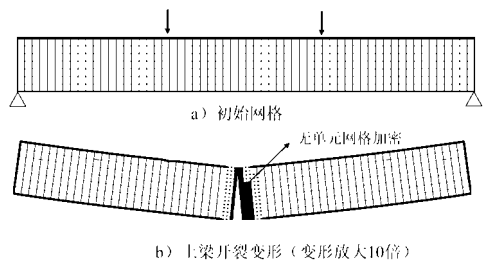


图 36 土梁弯曲试验模拟计算
Fig. 36 Simulation of bending of soil beam

3.5 土体—结构接触问题计算分析

在岩土工程中经常会遇到土体与结构物间的

相互作用问题。在土体与结构物的接触界面两侧由于材料刚度相差较大,会表现出不同的变形性状。在接触面附近,还可能出现脱开、滑移和张闭等非连续变形现象。研究土体-结构相互作用问题,不但要考虑各自材料的物理力学特性,而且还需考虑材料间结合部分即接触面的物理力学性质。

为了模拟土体与结构间的接触特性,在目前的土工应力变形计算中,通常的做法是在两者之间设置接触面单元。接触面单元法将变形特性相差较大的不同材料分别当作同一个连续体的两个不同材料分区,并在两者之间设置接触面单元以模拟材料性质的突变。在这类方法中,各种接触面单元对位移和应变的描述仍然是以连续介质力学的基本模式为基础,侧重于描述不同材料界面上应力的传递,而对于材料界面上位移不连续现象的描述则较为粗糙,尤其是对发生大规模滑移和脱开问题的描述常导致计算收敛性不好等问题并难以得到合理和较为准确的计算结果。

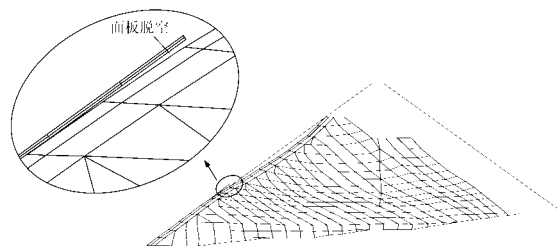


图 37 面板坝面板脱空计算结果示意图
Fig. 37 Calculation of separation between concrete slab and cushion layer of concrete face dam

张丙印^[114]等将接触力学的分析方法应用于土体-结构接触问题的计算分析。接触力学分析方法将相互作用的土体和结构物看成是相互作用的不同物体,通过物理几何关系的准确描述来判别物体之间的接触关系,这类方法对处理位移不连续现象具有本质上的优越性。图 37 给出了采用接触力学分析方法计算得到的混凝土面板的脱空现象。

计算经验表明,接触面单元虽然概念简单、实用性强,但是在计算过程中却经常遭遇矩阵病态、计算结果不收敛、积分点处应力值不稳定等问题,对于无厚度类型的接触面单元尤其如此。在有限元计算中,如果相邻单元间的刚度矩阵在数值上相差很大,则集成的总体刚度矩阵易成为病态矩阵。在这种情况下,会导致计算精度的极大降低^{[115][116]}。

图 38 给出的是一个面板堆石坝面板接触应力的计算结果。计算中,在混凝土面板和坝体垫层料之间分别设置无厚度 Goodman 单元和 Desai 薄层单元进

行计算, 此外还采用接触力学方法进行了计算分析。从图中可以看出, Goodman 接触面单元法计算得到了震荡型的法向应力分布, 且不易消除, 以往也有其他学者得到了类似的结论^[117]。

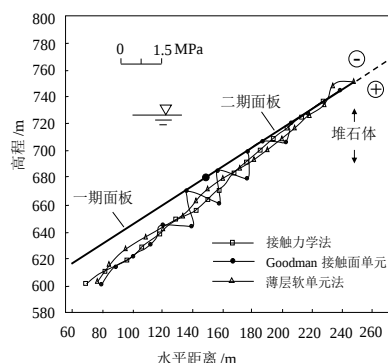


图 38 不同接触模型计算面板法向接触应力比较

Fig. 38 Comparison of normal contact stresses calculated with different models on concrete slab

在接触问题的计算分析中, 如果接触面附近应力梯度变化剧烈时, 则周围单元不能划分太大, 否则, 由于单元太大不能准确模拟应力梯度的急剧变化, 从而造成应力计算结果发生波动的后果。

4 致谢

本文成稿中, 得到了研究生祝恩阳、胡贺祥和侯伟博士等的大力协助, 在此表示衷心的感谢。

参考文献

- [1] 龚晓南. 对岩土工程数值分析的几点思考[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 321-325 (Gong Xiaonan. Reflections on numerical analysis of geotechnical engineering [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(2): 321-325 (in Chinese))
- [2] Roscoe K H, Poorooshasb H B. A theoretical and experimental study of strains in triaxial tests on normally consolidated clays[J]. Geotechnique, 1963, 13(1): 12-38.
- [3] Roscoe K H, Schofield A N. Mechanical behavior of an idealized 'wet' clay[C]// Proceedings of European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Wiesbaden: 1963.
- [4] Reynolds O. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact[J]. Philosophical Magazine, 1885, 5(20): 469-481.
- [5] Rowe P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]//Proc Royal Society, London, 1962, A269: 500-527.
- [6] 姚仰平, 祝恩阳. 基于耦合应力建立土本构模型的方法[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(12): 1922-1929 (Yao Yangping, Zhu Enyang. Establishing soil constitutive model based on coupling stress [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(12): 1922-1929 (in Chinese))
- [7] Roscoe K H, Burland J B. On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay. In Engineering Plasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1968, 535-609.
- [8] Li X S, Dafalias Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Geotechnique, 2000, 50(4): 449-460.
- [9] Been K, Jefferies M G. A state parameter for sands[J]. Geotechnique, 1985, 35(2): 99-112.
- [10] 李广信, 郭瑞平. 土的卸载体缩与可恢复剪胀[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 158-161 (Li Guangxin, Guo Ruiping. Volume-contraction in unloading of shear tests and reversible dilatation of soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(2): 158-161 (in Chinese))
- [11] 张建民. 砂土的可逆和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 12-17 (Zhang Jianmin. Reversible and irreversible dilatancy of sand [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(1): 12-17 (in Chinese))
- [12] Yao Y P, Lu D C, Zhou A N, Zou B. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China Ser. E Engineering & Materials Science. 2004, 47(6): 691-709.
- [13] 俞茂鋈. 强度理论新体系[M]. 西安: 西安大学出版社, 1992.
- [14] 高红, 郑颖人, 冯夏庭. 岩土材料能量屈服准则研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(12): 2437-2443 (Gao Hong, Zheng Yingren, Feng Xiating. Study on energy yield criterion of geomaterials [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(12): 2437-2443 (in Chinese))
- [15] Matsuoka H, Yao Y P, Sun D A. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. Soils and foundations, 1999, 39(1): 81-95.
- [16] Schofield A, Wroth P. Critical state soil mechanics[M]. London: McGraw-Hill Publishing Company Limited, 1968.

- [17] Nakai T. An isotropic hardening elastoplastic model considering the stress path dependency in three-dimensional stresses[J]. *Soils and Foundations*, 1989, 29(1): 119-139.
- [18] 孙岳崧, 濮家骝, 李广信. 不同应力路径对砂土应力-应变关系影响[J]. *岩土工程学报*, 1987, 9(6): 78-88 (Sun Yuesong, Pu Jialiu, Li Guangxin. Influence of different stress paths on stress-strain relation for sand [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1987, 9(6): 78-88 (in Chinese))
- [19] 杨光, 孙逊, 于玉贞, 张丙印. 不同应力路径下粗粒料力学特性试验研究[J]. *岩土力学*, 2010, 31(4): 1118-1122 (Yang Guang, Sun Xun, Yu Yuzhen, et al. Experimental study of mechanical behavior of a coarse-grained material under various stress paths [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(4): 1118-1122 (in Chinese))
- [20] 罗汀, 高智伟, 万征, 姚仰平. 土剪胀性的应力路径相关规律及其模拟[J]. *力学学报*, 2010.42(1): 93-101 (Luo Ting, Gao Zhiwei, Wan Zheng, et al. Influence of the stress path on dilatancy of soils and its modeling [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010.42(1): 93-101 (in Chinese))
- [21] 路德春, 姚仰平. 砂土的应力路径本构模型[J]. *力学学报*, 2005, 37(4): 451-459 (Lu Dechung, Yao Yangping. Constitutive model of sand considering complex stress path [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(4): 451-459 (in Chinese))
- [22] 罗汀, 姚仰平, 侯伟. 土的本构关系[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010 (Luo Ting, Yao Yangping, Hou Wei. *Soil constitutive models* [M]. Beijing: China Communications Press, 2010 (in Chinese))
- [23] 罗汀, 姚仰平, Chu J. 饱和砂土渐近状态特征及其模拟[J]. *中国科学E辑*, 2009, 39(1): 39-47 (Luo Ting, Yao Yangping, Chu J. Asymptotic state behavior and its modeling for saturated sand [J]. *Science in China, Series E*, 2009, 39(1): 39-47 (in Chinese))
- [24] 沈珠江. 应变软化材料的广义孔隙压力模型[J]. *岩土工程学报*, 1997, 19(3): 14-21 (Shen Zhujiang. Generalized pore water pressure model of strain softening materials [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(3): 14-21 (in Chinese))
- [25] Naghdi P M, Trapp J A. The significance of formulating plasticity theory with reference to loading surfaces in strain space[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1975, 13: 785-797.
- [26] Prevost J H, Hoeg H. Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening[J]. *Geotechnique*, 1975, 25(2): 279-297.
- [27] Rice J R, Rudnicki J W. A note on some features of the theory of localization of deformation[J]. *Int. J. Solids Structures*, 1980, 16: 597-605.
- [28] Ottosen N S. Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity[J]. *Int. J. Solids Structures*, 1991, 27(4): 401-421.
- [29] 孙海忠, 黄茂松. 考虑粗粒土应变软化特性和剪胀性的本构模型[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2009, 37(6): 727-732 (Sun Haizhong, Huang Maosong. A constitutive model for coarse granular materials incorporating both strain work-softening and dilatancy [J]. *Journal of Tongji University(Natural Science)*, 2009, 37(6): 727-732 (in Chinese))
- [30] Wood D M, Belkheiasr K, Liu D F. Strain softening and state parameter for sand modeling[J]. *Geotechnique*, 1994, 44(2): 335-339.
- [31] Yao Y P, Hou W, Zhou A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Geotechnique*, 2009, 59(5): 451-469.
- [32] Motohisa H. Drained deformation-strength characteristics of loose shirasu (volcanic sandy soil) under three dimensional stresses[J]. *Soils and Foundations*, 1985, 25(1): 65-76.
- [33] Matsuoka H, Junichi H, Kiyoshi H. Deformation and failure of anisotropic sand deposits [J]. *Soil mechanics and foundation engineering*, 1984, 32(11): 31-36.
- [34] Yong R N, Nagaraj T S. Investigation of fabric and compressibility of a sensitive clay[C]. *Proceedings of the International Symposium on Soft Clay*, Asian Institute of Technology, 1977, 327-333.
- [35] Liu M D, Carter J P. A structured Cam Clay model[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, 39: 1313-1332.
- [36] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999 (Sun Jun. *Theology of rock-soil materials and its application* [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999 (in Chinese))

- [37] Ladd C C, Foott R, Ishihara K. Stress-deformation and strength characteristics[C]. Proc. Of the 9th ICSMFE, 2, Tokyo, 1977: 421-494.
- [38] Mesri G, Choi Y K. Settlement analysis of embankments on soft clays[J]. ASCE, 1985, 111(GT4): 441-464.
- [39] Bjerrum L. 7th Rankine Lecture: Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlement of buildings[J]. Geotechnique, 1967, 17(2): 81-118.
- [40] Crawford C B. State of the art: evaluation and interpretation of soil consolidation test[A]. Yong R. N. and Townsend F. C., eds. Consolidation of Soils: Testing and Evaluation[M]. American Society for Testing and Materials, 1986, 71-103.
- [41] Marsal R J. Mechanical properties of rockfill[C]. In Embankment dam engineering, Casagrand volume, Wiley, New York, 1973, 109-200.
- [42] Lee K L, Farhoomand I. Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic triaxial compression[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1967, 4(1): 68-86.
- [43] Hardin C. S., Crushing of soil Particles[J], Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1985, 111(10): 1177-1192.
- [44] Sun D A, Huang W X, Sheng D C, et al. An elastoplastic model for granular materials exhibiting particle crushing[J]. Key Engineering Materials, 2007, 341: 1273-1278.
- [45] 刘萌成, 高玉峰, 刘汉龙, 陈远洪. 堆石料变形与强度特性的大型三轴试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1104-1111 (Liu Mengcheng, Gao Yufeng, Liu Hanlong, et al. Large-scale triaxial test study on deformation and strength characteristics of rockfill materials [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1104-1111 (in Chinese))
- [46] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 周云东. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 562-566 (Liu Hanlong, Qin Hongyu, Gao Yufeng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(4): 562-566 (in Chinese))
- [47] 魏松, 朱俊高. 粗粒料三轴湿化颗粒破碎试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1252-1258 (Wei Song, Zhu Jungao. Study on wetting breakage of coarse-grained materials in triaxial test [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1252-1258 (in Chinese))
- [48] Yao Y P, Yamamoto H, Wang N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. Soils and Foundations, 2008, 48(4): 603-608.
- [49] 王乃东, 姚仰平. 粒状材料颗粒破碎的力学特性描述[J]. 工业建筑, 2008, 38(2): 17-20 (Wang Naidong, Yao Yangping. Mechanical description for granular materials exhibiting particle crushing [J]. Industrial Construction, 2008, 38(2): 17-20 (in Chinese))
- [50] Campanella R G, Mitchell J K. Influence of temperature variations on soils behavior[J]. Journal of the Soil Mechanics and foundation Division, ASCE, 1968, 94: 709-734.
- [51] Eriksson L G. Temperature effects on consolidation properties of sulphide clays[C]. Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1989, 2087-2090.
- [52] Graham J, Noonan M L, Lew K V. Yield states and stress-strain relationships in a natural plastic clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20(3): 502-516.
- [53] Pradel D, Ishihara K, Gutierrez M. Yielding and flow of sand under principal stress axes rotation[J]. Soils and Foundations, 1990, 30(1): 87-99.
- [54] Roscoe K H, Schofield A N, Worth C P. On the yielding of soils[J]. Geotechnique, 1958, 8(1): 22-52.
- [55] 蔡正银, 李相崧. 砂土的变形特性与临界状态(英文)[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 697-701 (Cai Zhengyin, Li Xiangsong. Deformation characteristics and critical state of sand [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(5): 697-701 (in English))
- [56] Duncan J M, Chang C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Proc. ASCE, JSMFD, 1970, 96(5): 1629-1633.
- [57] Asaoka A, Masaki N, Toshihiro N. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. Soils and Foundations, 2000, 40(2): 99-110.
- [58] Yin J H, Graham J. Elastic Viscoplastic Modeling of the Time-dependent Stress-strain Behavior of Soils[J], Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36: 736-745.
- [59] Huang W X, Pu J L, Chen Y J. Hardening rule and yield function for soils[C]// Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering(1). 1981, 631.

- [60] 沈珠江. 土的弹塑性应力应变关系的合理形式[J]. 岩土工程学报, 1980, 2(2): 11-19 (Shen Zhujiang. A reasonable constitutive model of soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1980, 2(2): 11-19 (in Chinese))
- [61] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理: 广义塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002 (Zhen Yingren, Shen Zhujiang, Gong Xiaonan. General Plastic Mechanics: The principles of geotechnical plastic mechanics [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002 (in Chinese))
- [62] 殷宗泽, Duncan J M. 剪胀土与非剪胀土的应力应变关系[J]. 岩土工程学报, 1984, 6(4): 24-40 (Yin Zongze, Duncan J M. A Stress-strain Relationship for Dilative and Non-dilative Soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 6(4): 24-40, (in Chinese))
- [63] 姚仰平, 杨一帆, 牛雷. 考虑温度影响的UH模型[J]. 中国科学: 技术科学, 2011, 41(2): 158-169 (Yao Yangping, Yang Yifan, Niu Lei. UH model considering temperature effect [J]. Science in China Series E, 2011, 41(2): 158-169 (in Chinese))
- [64] 姚仰平, 牛雷, 崔文杰, 万征. 超固结非饱和土的本构关系[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(6): 833-839 (Yao Yangping, Niu Lei, Cui Wenjie, et al. UH model for unsaturated soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(6): 833-839 (in Chinese))
- [65] Yao Y P, Kong Y X, Li M. A three-dimensional unified hardening model for anisotropic soils[C]. Geotechnical Special Publication, ASCE, 2010(200): 101-108.
- [66] Yin J H, Graham J. Equivalent times and one dimensional elastic viscoplastic modeling of time dependent stress strain behavior of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31: 42~52.
- [67] Yin J H, Zhu J G, Graham J. A new elastic visco-plastic model for time-dependent behaviour of normally and overconsolidated clays –theory and verification[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(1): 157 - 173.
- [68] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004 (Li Guangxin. Advanced soil mechanics [M]. Beijing Tsinghua University Press, 2004 (in Chinese))
- [69] 谢定义. 土动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
- [70] 黄茂松, 李进军, 李兴照. 饱和软粘土的不排水循环累积变形特性[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(7): 891-895 (Huang Maosong, Li Jinjun, Li Xingzhao. Cumulative deformation behaviour of soft clay in cyclic undrained tests [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(7): 891-895 (in Chinese))
- [71] 刘汉龙, 丰土根, 高玉峰, 费康. 砂土多机构边界面塑性模型及其试验验证[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 696-700 (Liu Hanlong, Feng Tugen, Gao Yufeng, et al. Multiple mechanism boundary surface plasticity model of saturated sand and its test validation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(5): 696-700 (in Chinese))
- [72] 张嘎, 张建民. 循环荷载作用下粗粒土与结构接触面变形特性的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 254-258 (Zhang Ga, Zhang Jianmin. Experimental study on cyclic behavior of interface between soil and structure [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(2): 254-258 (in Chinese))
- [73] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443-1448 (Zhang Bingyin, Jia Yan'an, Zhang Zongliang, et al. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443-1448 (in Chinese))
- [74] 廖红建, 俞茂宏, 赤石胜, 朱博鸿. 粘性土的弹粘塑性本构方程及其应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 41-44 (Liao Hongjian, Yu Maohong, Chi Shisheng, et al. Elasto viscoplastic constitutive equation of cohesive soils and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(2): 41-44 (in Chinese))
- [75] 王立忠, 赵志远, 李玲玲. 考虑土体结构性的修正邓肯-张模型[J]. 水利学报, 2004, 1: 83-89 (Wang Lizhong, Zhao Zhiyuan, Li Lingling. Non-linear elastic model considering soil structural damage [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 1: 83-89 (in Chinese))
- [76] Gao Z W, Zhao J D, Yao Y P. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. International Journal of Solids and Structures, 47(22-23): 3166-3185.
- [77] Sun D A, Cui H B, Matsuoka H, et al. A three-dimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soil with hysteresis[J]. Soils and Foundations, 2007, 47(2): 253-264.
- [78] 陈正汉, 周海清, Ferdlund D G. 非饱和土的非线性模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 603-608 (Chen Zhenghan, Zhou Haiqing, Ferdlund D C.

- Nonlinear model for un saturated soils and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(5): 603-608 (in Chinese))
- [79] 赵成刚, 张雪东. 非饱和土中功的表述以及有效应力与相分离原理的讨论[J]. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2008, 38(9): 1453-1463 (Zhao Chenggang, Zhang Xuedong. Derivation of the work expression and discussion on the effective principle and the phase separation theorem in unsaturated soils [J]. Science in China Series E, 2008, 38(9): 1453-1463 (in Chinese))
- [80] 徐永福, 董平. 非饱和土的水土特征曲线的分形模型[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 400-405 (Xu Yongfu, Dong Ping. Fractal models for the soil-water characteristics of unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(4): 400-405 (in Chinese))
- [81] 邢义川, 谢定义, 李振. 非饱和土的应力传递机理与有效应力原理[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 53-57 (Xing Yichuan, Xie Dingyi, Li Zhen. Stress transmission mechanism and effective stress principle of unsaturated soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(1): 53-57 (in Chinese))
- [82] 王建华, 要明伦. 软粘土不排水循环特性的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 11-18 (Wang Jianhua, Yao Minglun. Elastoplastic simulation of the cyclic undrained behavior of soft clay [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(3): 11-18 (in Chinese))
- [83] 周健, 孙吉主, 吴世明. 往复荷载下软土的边界面广义弹塑性模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(2): 210-214 (Zhou Jian, Sun Jizhu, Wu Shiming. Elasto-plastic model for soft clay under reversal load [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(2): 210-214 (in Chinese))
- [84] 章根德, 韦昌富. 循环荷载下砂质土的本构模型[J]. 固体力学学报, 1998, 19(4): 299-304 (Zhang Gende, Wei Changfu. The constitutive model for sandy soil under cyclic loading [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 1998, 19(4): 299-304 (in Chinese))
- [85] 孔亮, 惠治鑫, 王燕昌. 旋转硬化与统一硬化参量在修正 Cam-clay 模型中的应用[J]. 宁夏大学学报, 2008, 29(2): 139-143 (Kong Liang, Hui Yexin, Wang Yanchang. Application of rotational hardening and unified hardening parameter in modified Cambridge model [J]. Journal of Ningxia University, 2008, 29(2): 139-143 (in Chinese))
- [86] 栾茂田, 许成顺, 何杨, 等. 复杂应力条件下饱和松砂单调与循环剪切特性的比较研究[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(1): 181-187 (Luan Maotian, Xu Chengshun, He Yang, et al. A comparative study on monotonic and cyclic shear behavior of saturated loose sand under complex stress condition [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(1): 181-187 (in Chinese))
- [87] 李涛, Meissner H. 循环荷载作用下饱和粘性土的弹塑性双面模型[J]. 土木工程学报, 2006, 39(1): 92-97 (Li Tao, Meissner H. Elastoplastic two-surface model for clays under undrained cyclic loading [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(1): 92-97 (in Chinese))
- [88] 黄文雄. 亚塑性理论框架中粗粒土的本构模拟[C]//第一届全国岩土本构理论研讨会论文集. 北京, 2008: 56-63.
- [89] 张齐兴, 朱俊高, 殷建华. 一个软土的弹粘塑性模型及其有限元应用[J]. 河海大学学报, 2001, 29(6): 15-19 (Zhang Qixing, Zhu Jungao, Yin Jianhua. An elastic visco-plastic model for soft soil and its application to FEM [J]. Journal of Hehai University, 2001, 29(6): 15-19 (in Chinese))
- [90] 陈晓平, 白世伟. 软土蠕变-固结特性及计算模型研究分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 728-734 (Chen Xiaoping, Bai Shiwei. Research on creep-consolidation characteristics and calculating model of soft soil [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 728-734 (in Chinese))
- [91] 李建中, 彭芳乐. 粘土的蠕变特性试验研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 214-218 (Li Jianzhong, Peng Fangle. Experimental research on creep property of clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(2): 214-218 (in Chinese))
- [92] 王翠, 闫澍旺, 张荣安. 软粘土蠕变模型参数的确定方法研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 221-224 (Wang Cui, Yan Shuwang, Zhang Rong'an. Determination of the parameters of visco-elastic-plasticity model for creep of soft clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(10): 221-224 (in Chinese))
- [93] 谢定义, 齐吉琳. 土结构性及其定量化参数研究的新途径[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 651-656 (Xie Dingyi, Qi Jilin. Soil structure characteristics and new

- approach in research on its quantitative parameter [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(6): 651—656 (in Chinese))
- [94] 洪振舜, 刘松玉, 于小军. 关于结构土屈服破坏的探讨[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 684—687 (Hong Zhenshun, Liu Songyu, Guan Xiaojun. On destructuration of structured soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(5): 684—687 (in Chinese))
- [95] 邵生俊, 邓国华. 原状黄土的结构性强度特性及其在黄土隧道围岩压力分析中的应用[J]. 土木工程学报, 2008, 41(11): 93—98 (Shao Shengjun, Deng Guohua. The strength characteristics of loess with different structures and its application in analyzing the earth pressure on loess tunnel [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41(11): 93—98 (in Chinese))
- [96] 刘元雪, 王培勇, 王良. 粘土的结构性与超固结[J]. 后勤工程学院学报, 2005, (4): 1—6 (Liu Yuanxue, Wang Peiyong, Wang Liang. The Structure and Overconsolidation of Clay [J]. Journal of Logistical Engineering University, 2005, (4): 1—6 (in Chinese))
- [97] 蒋明镜, 沈珠江, 邢素英, 等. 结构性粘土研究综述[J]. 水利水电科技进展, 1999, 19(1): 26—30 (Jiang Mingjing, Shen Zhujiang, et al. Review on structured clay [J]. Advances in Science and Technology of Water Recourses, 1999, 19(1): 26—30 (in Chinese))
- [98] 尹振宇, 黄宏伟, Utili S 等. 模拟堤坝荷载作用下软土的速率效应特性[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(1): 109—117 (Yin Zhenyu, Huang Hongwei, Utilis S, et al. Modeling rate-dependent behaviors of soft subsoil under embankment loads [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(1): 109—117 (in English))
- [99] 施建勇, 赵维炳. 软粘土的各向异性和小应变条件下的本构模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 209—212 (Shi Jianyong, Zhao Weibing. A constitutive model for anisotropic and small-strain behavior of soft clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(3): 209—212 (in Chinese))
- [100] 程展林, 丁红顺, 吴良平. 粗粒土试验研究[J]. 岩土力学, 2007, 29(8): 1151—1158 (Chen Zhanlin, Ding Hongshun, Wu Liangping. Experimental study on mechanical behaviour of granular material [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 29(8): 1151—1158 (in Chinese))
- [101] 陈仁鹏, 李君, 陈云敏等. 干砂盾构开挖面稳定性模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 117—122 (Chen Renpeng, Li Jun, Chen Yunmin, et al. Large-scale tests on face stability of shield tunnelling in dry cohesionless soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(1): 117—122 (in Chinese))
- [102] 杨光华, 李广信. 从广义位势理论的角度看土的本构理论的研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(4): 594—597 (Yang Guanghua, Li Guangxin. Constitutive theory of soils based on the generalized potential theory [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(4): 594—597 (in Chinese))
- [103] 孔令伟, 周葆春, 白颢等. 荆门非饱和膨胀土的变形与强度特性试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(10): 3036—3042 (Kong Lingwei, Zhou Baochun, Bai Hao, et al. Experimental study of deformation and strength characteristics of Jingmen unsaturated expansive soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(10): 3036—3042 (in Chinese))
- [104] 史宏彦, 白琳. 修正空间滑动面本构模型[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(9): 1329—1333 (Shi Hongyan, Bai Lin. Modified spatial mobilized plane constitutive model for soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(9): 1329—1333 (in Chinese))
- [105] 赵吉东, 周维垣, 黄岩松, 杨若琼. 岩石混凝土类材料损伤局部化分叉研究及应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(1): 80—83 (Zhao Jidong, Zhou Weiheng, Huang Yansong, et al. A damage localization bifurcation model for rock-concrete-like materials and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(1): 80—83 (in Chinese))
- [106] 沈珠江. 计算土力学的发展前景和目前的任务[J]. 岩土力学, 1987.
- [107] 杨泽艳等. 洪家渡水电站工程设计创新技术与应用[M], 中国水利水电出版社, 2008.
- [108] Potts D M, Zdravkovic L. 岩土工程有限元分析[M]. 科学出版社, 2010.
- [109] Crisfield M A. on-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 1, John Wiley, New York, 1991.
- [110] Crisfield M A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 2, John Wiley, New York, 1997.
- [111] Ortiz M, Simo J C. An analysis of a new class of intergration algorithm for elasoplastic constitutive

- relations[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1986, 23(1): 353-366.
- [112] Sloan S W, Booker J R. Integration of Tresca and Mohr-Coulomb constitutive relations in plane strain elastoplasticity[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, 33(1): 163-196.
- [113] 喻蒺临. 土中剪切带扩展机理研究和扩展过程模拟[D]. 清华大学博士论文, 2009 (Yu Jialin. Mechanism investigation and numerical simulation of evolution of shear band in soil [J]. Dissertation submitted to Tsinghua University, 2009 (in Chinese))
- [114] Zhang B Y, Wang J G, Shi R F. Time-dependent deformation in high concrete-faced rockfill dam and separation between concrete face slab and cushion layer[J]. Computers and Geotechnics, 2004.
- [115] Wilson E L. Finite elements for foundationa, joints, and fluids, Chapter 10 in Finite Elements in Geomechanics, Wiley, New York, 1977.
- [116] Day R A, Potts D M. Zero thickness interface elements – numerical stability and application[J]. Int. Jnl. Num. Anal, Geomech., 1994.
- [117] Pande G N, Sharma K G. On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning[J]. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., 1979.